

自适应阶段变异量子粒子群优化算法研究*

向毅, 钟育彬[†]

(广州大学 数学与信息科学学院, 广州 510006)

摘要: 为了克服标准量子粒子群优化(SQPSO)算法易陷入局部最优的缺点,引入变异机制,基于进化阶段的概念,提出了自适应阶段变异量子粒子群优化(APMQPSO)算法。以四种不同的变异概率减小方式阶段性地对QPSO算法中的全局最优位置进行柯西变异,形成了四个不同的APMQPSO算法。用五个典型的测试函数进行仿真实验,并将四个APMQPSO算法与SQPSO算法的实验结果进行了比较。实验结果表明,对于单峰函数优化问题,基于变异概率线性变化的APMQPSO算法较为有效;而对于多峰函数优化问题,基于变异概率非线性变化的APMQPSO算法则具有很强的优化能力。

关键词: 量子粒子群优化算法; 进化阶段; 变异算子; 变异概率; 函数优化

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)06-2035-05

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.06.008

Research on adaptive period mutation-based QPSO algorithm

XIANG Yi, ZHONG Yu-bin[†]

(School of Mathematics & Information Sciences, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China)

Abstract: The standard quantum particle swarm optimization (SQPSO) algorithm may sink into local optimum. To overcome this shortcoming, this paper introduced the mutation mechanism. Based on the concept of evolution period, it proposed adaptive period mutation-based QPSO algorithms (APMQPSOs). It used four kinds of mutation probability decreasing methods to periodically mutate global best position with cauchy random numbers in QPSO algorithm, thus formed four different APMQPSO algorithms. It adopted five typical test functions to conduct simulation experiment, and compared experimental results of four APMQPSOs and SQPSO with each other. The experiment results show that APMQPSOs with linear variation mutation probability are effective for unimodal function optimization problems, while algorithms with nonlinear variation mutation probability have very strong optimization abilities for multimodal ones.

Key words: QPSO algorithm; evolution period; mutation operator; mutation probability; function optimization

0 引言

相比于粒子群优化算法(PSO),量子粒子群优化(QPSO)算法^[1,2]具有全局收敛性、控制参数更少、收敛速度快、寻优能力强等特点^[3]。自QPSO算法提出以来,它在连续函数优化问题中取得了巨大成功。但是在实际使用中QPSO算法还是有可能陷入局部最优。为此,众多学者对QPSO算法进行了改进,提出了多种改进方案。引入变异机制是一种常用的方法,如文献[4]提出了含维变异算子的量子粒子群算法,实验结果表明改进的算法比原始QPSO算法更有效;文献[5]将边界变异操作引入到量子粒子群优化算法中,提出基于边界变异的量子粒子群优化算法;在文献[6]中,石锦凤等人通过对每个向量元素添加一个柯西分布随机值实现变异操作,并将改进的算法用于求解Jop-Shop调度问题,取得了很好的效果;文献[7]提出了带自适应变异的量子粒子群优化算法,利用粒子群的适应度方差和空间位置聚集度来对粒子群陷入局部寻优时仍当前每个粒子经历过的最好位置进行自适应变异以实现全局寻优,实验结果表明了该算法的有效性。

在进化算法中,自适应变异概率能有效提高算法性能。在进化初期,较大的变异概率有利于产生新的个体结构,全局搜索能力强;在进化末期,较小的变异概率有利于局部搜索。本文对当前种群的全局最优位置实施柯西变异,提出自适应阶段变异QPSO算法。该算法在迭代初期对应的变异概率较大,并以一定的策略阶段性地减小变异概率;在迭代末期,变异概率达到最小。

1 标准QPSO算法

Sun等人^[2]在2004年从量子力学的角度出发提出了一种新的PSO算法模型,这种模型以DELTA势阱为基础,认为粒子具有量子行为,并根据此模型提出了QPSO。在量子空间中,粒子可以在整个可行解空间中进行搜索,因而QPSO算法的全局搜索性能远远优于标准PSO算法。在QPSO中,粒子只有位置矢量,没有速度矢量。其位置更新方程为

$$p_{i,j}(t) = \varphi_j(t) \times p_{i,j}(t) + [1 - \varphi_j(t)] \times G_j(t) \quad \varphi_j(t) \sim U(0,1) \quad (1)$$

$$X_{i,j}(t+1) = p_{i,j}(t) \pm \alpha \times |C_j(t) - X_{i,j}(t)| \times$$

收稿日期: 2011-11-20; 修回日期: 2011-12-29 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(90818025)

作者简介: 向毅(1986-),男(土家族),湖北恩施人,硕士研究生,主要研究方向为智能算法、模式识别;钟育彬(1964-),男(通信作者),教授,主要研究方向为模糊信息与工程、智能信息分析与处理、知识表示(zhong_yb@163.com)。

$$\ln[1/u_{i,j}(t)] \quad u_{i,j}(t) \sim U(0,1) \quad (2)$$

其中:

$$C(t) = (C_1(t), C_2(t), \dots, C_N(t)) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_i(t) \\ \left(\frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,1}(t), \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,2}(t), \dots, \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M P_{i,N}(t) \right) \quad (3)$$

式中: $X_i(t)$ 表示第 i 个粒子的位置; $P_i(t)$ 和 $p_i(t)$ 分别为粒子 i 的历史最优位置和局部吸引子; $G(t)$ 和 $C(t)$ 分别为种群的全局最优位置和平均最优位置, 平均最优位置定义为所有粒子个体最好位置的平均; $\varphi_j(t)$ 和 $u_{i,j}(t)$ 均是 $[0,1]$ 区间上均匀分布的随机数; α 为收缩扩张系数, 是 QPSO 算法的唯一控制参数, 一般可取 $\alpha = (1.0 - 0.5) \times (G_{\max} - t) / G_{\max} + 0.5$ 。

QPSO 算法的伪代码描述如下:

```

初始化种群中粒子的位置向量
while 终止条件未满足
for i = 1:M
    if f(Xi) < f(Pi)
        Pi = Xi
    end
end for
G = min(Pi)
计算平均最优位置 C 的值
for i = 1:M
    for j = 1:N
        φ = rand(0,1)
        pi,j = φ * Pi,j + (1 - φ) * Gj
        u = rand(0,1)
        if rand(0,1) < 0.5
            Xi,j = pi,j + α * |Cj - Xi,j| * ln(1/u)
        else
            Xi,j = pi,j - α * |Cj - Xi,j| * ln(1/u)
        end
    end
end for
end while

```

其中: M 为粒子数; N 为问题维数。

2 自适应阶段变异 QPSO 算法

APMQPSO 算法在标准 QPSO 算法的基础上, 对种群的全局最优位置实施变异操作, 并随着进化代数的增加以一定策略阶段性地减小变异概率。为了更清楚地阐述 APMQPSO 算法, 首先引入进化阶段的概念。

定义 1 一个进化阶段是由特定进化代数形成的特定进化时期, 如 1 ~ 100 代, 101 ~ 200 代等均可成为一个进化阶段。

2.1 变异算子

粒子的每个分量的变异可以通过加入高斯分布或柯西分布产生的随机数来实现, 如式(4)所示^[8]:

$$\hat{x} = x + \varphi D(\cdot) \quad (4)$$

其中: $\hat{x}$ 是 x 变异后的结果; $D(\cdot)$ 是一个概率分布的随机变量。本文选择柯西分布, 其概率密度函数^[8]定义为

$$g(x) = \frac{a}{\pi \times (x^2 + a^2)} \quad (5)$$

其中: a 取值为 0.2。

2.2 自适应阶段变异概率

在本文提出的 QPSO 算法中, 变异概率不是每次迭代都减小, 而是以一个进化阶段为基本单位, 以特定的策略自适应地减小。变异概率的变化趋势如图 1 所示。从图中可以看出, 在同一个进化阶段中, 变异概率保持不变; 后一个进化阶段的变异概率比前一进化阶段的变异概率小。

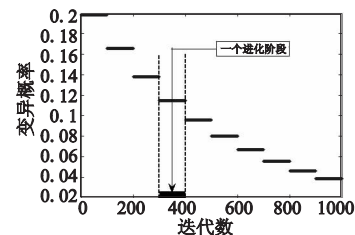


图1 变异概率的变化趋势

将整个进化过程分为 S 个进化阶段, 记为 $\{t_k\}$, $k = 1, 2, \dots, S$ 。第 k 个进化阶段的变异概率设为 $PM(t_k)$, $k = 1, 2, \dots, S$ 。从第一个进化阶段到最后一个进化阶段, 变异概率逐步减小。因此, 可将各个进化阶段的变异概率看做其被赋予的变异权重, 即满足^[9]

$$PM(t_k) \geq 0 (k = 1, 2, \dots, S), \sum_{k=1}^S PM(t_k) = 1 \quad (6)$$

下面给出几种方法以确定进化阶段序列 $\{t_k\}$ ($k = 1, 2, \dots, S$) 对应的变异概率 $PM(t_k)$ 。

2.2.1 变异概率保持不变

设每个进化阶段的变异概率均相同, 则

$$PM(t_k) = 1/S \quad k = 1, 2, \dots, S \quad (7)$$

显然式(7)满足条件式(6)。

2.2.2 等差数列法^[9]

假设对任意 k , 变异概率 $PM(t_{k+1})$ 和其前一个概率 $PM(t_k)$ 的差为一个常数 β , 则

$$PM(t_k) = \eta + (k-1)\beta \quad \eta + (k-1)\beta \geq 0 \quad (8)$$

由式(6)得, $\eta = \frac{1}{S} - \frac{S-1}{2}\beta$, 重写式(8)得

$$PM(t_k) = \frac{1}{S} + \left(k - \frac{S+1}{2}\right)\beta \quad (9)$$

性质 1 a) 若 $\beta = 0$, 则 $PM(t_k) = 1/S$, 即式(9)转换为式(8); b) 若 $\beta < 0$, 则 $\{PM(t_k)\}$ 为严格单调递减序列。

2.2.3 等比数列法^[9]

假设对任意 k , 概率 $PM(t_{k+1})$ 是其相邻概率 $PM(t_k)$ 的 β 倍, 则有

$$PM(t_k) = \eta \beta^{k-1} \quad \eta, \beta > 0; k = 1, 2, \dots, S \quad (10)$$

由式(6)可得

$$\eta = \frac{1}{\sum_{k=1}^S \beta^{k-1}} \quad \beta > 0 \quad (11)$$

因此

$$PM(t_k) = \frac{\beta^{k-1}}{\sum_{k=1}^S \beta^{k-1}} \quad \beta > 0; k = 1, 2, \dots, S \quad (12)$$

性质 2 a) 若 $\beta = 1$, 则 $PM(t_k) = 1/S$, 式(12)转换为式(8); b) 若 $\beta < 1$, 则 $\{PM(t_k)\}$ 为严格单调递减序列。

2.2.4 指数分布法^[9]

由指数分布的正态概率密度函数可得

$$PM(t_k) = \frac{1}{\mu_s} e^{-\frac{k}{\mu_s}} \quad k=1,2,\dots,S \quad (13)$$

其中 μ_s 为 $1,2,\dots,S$ 的均值,即 $\mu_s = \frac{1+S}{2}$ 。由式(6)和(13)可得

$$PM(t_k) = \frac{e^{-\frac{k}{\mu_s}}}{\sum_{j=1}^S e^{-\frac{j}{\mu_s}}} \quad k=1,2,\dots,S \quad (14)$$

性质3 $\{PM(t_k)\}$ 为单调递减序列,即 k 越大,则变异概率越小。

为叙述方便,把2.2.1~2.2.4节确定变异概率的QPSO算法分别记为APMQPSO1、APMQPSO2、APMQPSO3、APMQPSO4。可以将以上四种算法分为两大类,即APMQPSO1和APMQPSO2为一类,因为它们的变异概率均为线性变化;APMQPSO3和APMQPSO4为一类,因为它们的变异概率均为非线性变化。

3 实验设计与结果分析

为了测试APMQPSOi($i=1,2,3,4$)算法的性能,本文选择了五个典型的测试函数进行实验^[3],并将实验结果与用标准量子粒子群优化(SQPSO)算法得到的实验结果进行比较。

3.1 标准测试函数

3.1.1 Sphere 函数

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad -100 \leq x_i \leq 100$$

函数最优值为0,对应的全局最优解在原点。该函数曲面平滑、连续、对称。梯度信息总是指向全局最优点。

3.1.2 Rosenbrock 函数

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^n (100(x_{i+1} - x_i)^2 + (x_i - 1)^2) \quad -30 \leq x_i \leq 30$$

函数最优值为0,是一个单峰函数,对应的全局最优解的每个分量均为1。一般较难找到该函数的最优解。

3.1.3 Rastrigin 函数

$$f_3(x) = \sum_{i=1}^n (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10) \quad -5.12 \leq x_i \leq 5.12$$

函数最优值为0,最优解为原点。该函数具有极多的局部最优点,是一个极难优化的函数。

3.1.4 Griewank 函数

$$f_4(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad -600 \leq x_i \leq 600$$

函数最优值为0,最优解为原点。该函数是一个非线性的强烈多峰函数,局部最优点有规律地分布。随着问题维数的增多,函数局部最优点的数量逐渐减少,函数曲面将接近Sphere函数。

3.1.5 Ackley 函数

$$f_5(x) = -20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}\right) - \exp\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \cos 2\pi x_i\right) + 20 + e \quad -32 \leq x_i \leq 32$$

函数最优值为0,对应的全局最优解在原点。该函数也是一个非线性的多峰函数,局部最优点有规律地分布,算法很容易陷入通向全局最优点的局部最优点上。

3.2 实验设计

对五个测试函数,分别考虑10、20和30维的情况,对应算法的最大迭代次数分别为1000、1500和2000。算法对不同维数形成的问题又分别采用5、10、20、40个粒子来求解。将整个进化过程分为100个进化阶段,APMQPSO1中的变异概率为0.01;APMQPSO2中的公差设置为-0.001;APMQPSO3中的公比设为0.95。分别用SQPSO和APMQPSOi($i=1,2,3,4$)五种算法求解测试函数。实验时每种情况运行10次,记录每次运行的平均最优值、最佳最优值和标准差。

3.3 实验结果与分析

对每个测试函数的求解结果分别如表1~5所示。为了客观、准确、科学地评价各个算法,本文为均值、最优值和标准差分别赋予0.3、0.5和0.2的权重,然后采用加权几何算子 $WG_w(a_1, a_2, a_3) = \prod_{i=1}^3 a_i^{w_i}$ 对实验数据进行集成^[9](表6~10),最后对集成后的数据从小到大排序即可找到求解每个测试函数最(次)优算法。表6~10中的 N 、 T 、 M 分别表示问题维数、最大迭代次数和粒子数;黑体标记的为最优值,下划线标记的为次优值。

表1 Sphere 函数求解结果

维数	迭代数	粒子数	QPSO			APMQPSO1			APMQPSO2			APMQPSO3			APMQPSO4		
			均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差
10	1 000	5	8.47E-02	1.33E-06	1.92E-01	8.32E-02	2.22E-12	2.62E-01	5.70E-04	3.42E-07	1.09E-03	8.47E-04	9.04E-08	1.75E-03	1.23E-05	2.79E-11	3.37E-05
		10	2.03E-16	1.85E-22	6.36E-16	1.44E-15	1.76E-23	3.72E-15	1.17E-13	2.85E-16	3.41E-13	6.92E-14	7.79E-20	2.08E-13	5.92E-19	1.37E-22	1.14E-18
		20	6.29E-33	5.84E-41	1.90E-32	1.49E-29	7.93E-40	3.57E-29	2.14E-25	7.97E-34	5.14E-25	1.57E-34	1.16E-40	2.34E-34	1.48E-30	4.19E-39	3.76E-30
		40	5.66E-53	8.61E-64	1.57E-52	2.92E-38	1.47E-63	9.23E-38	1.48E-38	2.18E-54	4.67E-38	5.15E-42	1.94E-66	1.54E-41	6.74E-39	3.39E-51	2.12E-38
20	1 500	5	7.22E+01	6.03E-01	1.19E+02	1.80E+02	3.95E-01	3.00E+02	3.39E+01	1.47E-01	8.01E+01	3.85E+01	4.01E-02	7.25E+01	1.47E+02	9.64E-01	2.60E+02
		10	1.76E-06	1.47E-10	5.39E-06	3.63E-09	4.52E-12	1.09E-08	1.92E-06	2.83E-09	3.19E-06	1.89E-06	5.37E-11	4.83E-06	1.06E-08	3.83E-12	2.25E-08
		20	3.05E-17	3.89E-21	6.11E-17	1.00E+02	6.90E-22	2.11E+02	1.75E-16	2.48E-19	2.84E-16	3.41E-14	7.01E-20	8.53E-14	5.89E-17	2.36E-21	1.80E-16
		40	2.67E-29	3.92E-33	5.23E-29	9.62E-24	2.20E-32	2.89E-23	1.44E-26	3.30E-31	4.43E-26	2.88E-24	4.91E-33	8.66E-24	1.39E-24	2.82E-30	4.37E-24
30	2 000	5	8.33E+02	2.57E+01	1.27E+03	6.12E+02	2.87E+01	1.02E+03	4.83E+02	7.26E+01	3.53E+02	4.57E+02	5.89E+01	4.50E+02	8.29E+02	9.26E+01	6.99E+02
		10	9.67E-02	1.26E-04	2.90E-01	2.59E-05	5.00E-09	5.86E-05	2.82E-03	1.95E-04	5.18E-03	3.35E-02	6.27E-06	9.67E-02	1.44E-04	1.89E-07	3.86E-04
		20	1.36E-09	2.14E-13	2.54E-09	7.73E-13	9.27E-16	1.53E-12	5.92E-10	5.22E-13	1.16E-09	3.04E-10	1.80E-13	3.28E-10	7.50E+01	1.03E-15	2.37E+02
		40	2.40E-16	6.43E-22	7.46E-16	1.50E+02	2.03E-23	3.16E+02	2.22E-18	6.45E-21	5.48E-18	1.85E-17	1.28E-20	4.99E-17	7.50E+01	2.56E-23	2.37E+02

表 2 Rosenbrock 函数求解结果

维数	迭代数	粒子数	QPSO			APMQPSO1			APMQPSO2			APMQPSO3			APMQPSO4		
			均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差
10	1 000	5	5.80E+01	1.00E+00	7.64E+01	9.75E+02	4.27E+00	1.72E+03	1.14E+03	5.62E+00	2.22E+03	1.06E+03	1.06E+00	2.03E+03	3.55E+03	3.39E+01	8.88E+03
		10	1.08E+02	7.08E+00	1.46E+02	5.96E+01	1.93E+00	1.31E+02	5.92E+01	1.53E+00	1.08E+02	1.19E+02	9.79E+01	2.39E+02	1.01E+02	5.74E+02	3.00E+02
		20	9.05E+00	5.82E+00	8.66E+00	1.35E+01	2.32E+01	2.62E+01	3.17E+01	8.16E+06	5.74E+01	2.55E+01	1.94E+00	5.13E+01	1.25E+02	4.32E+00	3.04E+02
		40	6.21E+00	1.09E+04	8.94E+00	6.57E+00	2.51E+00	5.93E+00	4.40E+00	7.00E+01	1.53E+00	6.54E+00	6.68E+01	5.20E+00	1.56E+01	3.11E+00	3.00E+01
20	1 500	5	9.43E+03	3.67E+02	1.95E+04	2.08E+04	1.67E+02	3.64E+04	4.97E+04	6.33E+01	1.46E+05	5.14E+03	3.69E+02	7.56E+03	1.98E+03	2.81E+02	1.99E+03
		10	1.62E+03	2.14E+00	3.57E+03	6.48E+04	1.49E+01	1.95E+05	4.63E+03	1.82E+01	1.23E+04	2.14E+03	1.40E+01	3.68E+03	4.91E+03	1.03E+01	8.42E+03
		20	2.10E+02	1.46E+01	4.03E+02	8.66E+01	1.59E+01	1.22E+02	3.28E+01	1.65E+01	3.47E+01	1.23E+02	4.08E+00	2.16E+02	1.92E+02	1.54E+01	4.98E+02
		40	9.38E+01	1.50E+01	2.01E+02	6.10E+01	1.48E+01	8.03E+01	5.90E+01	1.11E+00	6.85E+01	3.53E+01	1.40E+01	2.85E+01	2.22E+01	1.45E+01	2.10E+01
30	2 000	5	5.67E+05	9.66E+03	5.50E+05	7.37E+05	4.95E+03	9.68E+05	1.59E+06	1.12E+04	1.59E+06	1.08E+06	6.30E+04	2.56E+06	5.52E+05	3.25E+04	8.79E+05
		10	5.34E+03	5.36E+01	1.05E+04	2.01E+03	8.19E+01	3.82E+03	2.36E+03	9.69E+01	4.50E+03	2.42E+03	5.35E+01	4.69E+03	1.99E+03	7.93E+01	3.68E+03
		20	4.42E+01	2.51E+01	3.36E+01	9.00E+01	1.41E+01	8.42E+01	1.76E+02	1.75E+01	2.38E+02	2.08E+03	2.29E+01	6.32E+03	8.14E+01	2.47E+01	8.78E+01
		40	1.12E+02	2.54E+01	1.21E+02	6.43E+01	2.05E+01	6.95E+01	7.58E+01	2.58E+01	6.36E+01	7.04E+01	2.49E+01	5.11E+01	4.76E+02	2.90E+01	6.32E+02

表 3 Rastrigin 函数求解结果

维数	迭代数	粒子数	QPSO			APMQPSO1			APMQPSO2			APMQPSO3			APMQPSO4		
			均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差
10	1 000	5	1.31E+01	5.06E+00	5.76E+00	1.02E+01	3.91E+00	4.12E+00	1.09E+01	4.66E+00	3.57E+00	8.79E+00	5.98E+00	2.89E+00	8.78E+00	4.10E+00	3.66E+00
		10	6.19E+00	4.40E+00	7.85E+01	7.04E+00	1.76E+00	5.91E+00	6.37E+00	1.32E+00	3.05E+00	7.19E+00	4.20E+00	2.29E+00	6.21E+00	3.00E+00	2.62E+00
		20	3.12E+00	9.95E+01	1.75E+00	3.80E+00	9.95E+01	2.03E+00	3.85E+00	9.95E+01	1.76E+00	3.15E+00	9.98E+03	2.62E+00	3.33E+00	9.95E+01	1.36E+00
		40	3.08E+00	1.01E+00	1.51E+00	2.78E+00	4.72E+02	1.82E+00	2.13E+00	2.89E+02	1.22E+00	2.40E+00	1.78E+07	1.43E+00	3.26E+00	9.87E+04	3.01E+00
20	1 500	5	3.59E+01	2.18E+01	1.48E+01	4.28E+01	2.59E+01	1.12E+01	4.87E+01	2.75E+01	1.92E+01	4.27E+01	2.42E+01	1.92E+01	4.40E+01	3.29E+01	8.43E+00
		10	1.91E+01	1.30E+01	6.31E+00	2.49E+01	1.20E+01	8.83E+00	2.19E+01	1.22E+01	6.76E+00	2.10E+01	1.02E+01	7.35E+00	2.46E+01	1.00E+01	1.34E+01
		20	1.54E+01	7.96E+00	6.26E+00	1.65E+01	1.19E+01	4.64E+00	1.43E+01	9.95E+00	2.60E+00	1.64E+01	6.97E+00	6.50E+00	1.44E+01	9.61E+00	5.21E+00
		40	1.08E+01	4.97E+00	3.17E+00	1.01E+01	2.98E+00	3.33E+00	7.96E+00	5.97E+00	2.35E+00	1.07E+01	7.96E+00	3.31E+00	9.95E+00	4.97E+00	4.32E+00
30	2 000	5	8.90E+01	7.18E+01	1.38E+01	8.20E+01	5.54E+01	2.00E+01	1.03E+02	8.11E+01	1.31E+01	8.07E+01	4.93E+01	1.95E+01	8.66E+01	6.15E+01	1.49E+01
		10	4.53E+01	2.73E+01	1.52E+01	5.04E+01	3.96E+01	1.12E+01	5.02E+01	2.86E+01	1.01E+01	4.45E+01	2.99E+01	1.22E+01	4.20E+01	3.05E+01	8.19E+00
		20	2.93E+01	1.50E+01	9.23E+00	2.74E+01	1.92E+01	7.08E+00	2.99E+01	1.99E+01	5.00E+00	2.77E+01	2.01E+01	6.49E+00	2.81E+01	1.41E+01	8.78E+00
		40	2.12E+01	1.30E+01	7.17E+00	2.02E+01	1.19E+01	5.44E+00	2.07E+01	8.95E+00	6.78E+00	1.98E+01	1.39E+01	3.49E+00	2.08E+01	1.51E+01	5.48E+00

表 4 Griewank 函数求解结果

维数	迭代数	粒子数	QPSO			APMQPSO1			APMQPSO2			APMQPSO3			APMQPSO4		
			均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差
10	1 000	5	1.41E+01	2.75E+02	1.05E+01	1.33E+01	6.80E+02	7.34E+02	1.62E+01	5.40E+02	9.46E+02	1.62E+01	5.40E+02	9.46E+02	1.73E+01	1.23E+02	1.56E+01
		10	7.86E+02	7.94E+03	5.01E+02	8.17E+02	4.92E+02	2.15E+02	1.24E+01	4.43E+02	7.42E+02	9.97E+02	5.91E+02	3.59E+02	9.93E+02	9.31E+03	4.92E+02
		20	6.52E+02	1.75E+02	4.70E+02	1.61E+01	1.09E+02	3.22E+01	8.77E+02	9.06E+03	4.06E+02	6.99E+02	3.57E+02	3.03E+02	6.42E+02	2.71E+02	3.42E+02
		40	5.72E+02	1.97E+02	4.67E+02	3.34E+02	1.63E+05	2.05E+02	6.89E+02	1.64E+03	7.67E+02	3.91E+02	9.66E+03	2.08E+02	5.87E+02	1.20E+04	4.22E+02
20	1 500	5	1.31E+00	3.10E+01	9.65E+01	1.15E+00	2.56E+01	8.08E+01	1.22E+00	1.87E+01	9.60E+01	1.38E+00	2.58E+01	1.51E+00	9.22E+01	2.97E+02	7.15E+01
		10	4.59E+02	3.74E+07	4.24E+02	2.32E+02	7.40E+03	1.42E+02	2.45E+02	1.12E+04	2.42E+02	2.14E+02	3.24E+07	1.59E+02	2.03E+02	1.18E+10	2.19E+02
		20	2.67E+02	6.00E+15	2.54E+02	3.00E+02	0.00E+00	2.80E+02	3.06E+02	7.20E+14	2.84E+02	2.71E+02	0.00E+00	2.91E+02	2.55E+02	4.70E+13	2.06E+02
		40	1.82E+02	0.00E+00	1.76E+02	1.57E+02	0.00E+00	1.98E+02	1.84E+02	2.64E+07	1.27E+02	1.88E+02	1.23E+13	1.02E+02	1.90E+02	0.00E+00	1.80E+02
30	2 000	5	5.87E+00	1.08E+00	3.64E+00	5.52E+00	1.03E+00	5.49E+00	9.70E+00	1.85E+00	1.03E+01	1.11E+01	1.80E+00	1.32E+01	5.32E+00	2.02E+00	3.26E+00
		10	6.79E+02	3.62E+04	1.24E+01	1.50E+02	1.40E+05	1.23E+02	7.77E+02	2.22E+04	6.95E+02	3.08E+02	3.71E+03	2.28E+02	2.18E+02	6.61E+06	2.41E+02
		20	3.45E+03	5.51E+11	4.53E+03	1.48E+02	7.30E+14	1.02E+02	1.40E+02	8.79E+10	1.56E+02	1.75E+02	1.12E+09	1.49E+02	2.96E+03	2.00E+15	6.34E+03
		40	1.38E+02	0.00E+00	1.78E+02	9.84E+03	0.00E+00	1.04E+02	8.87E+03	2.00E+15	9.44E+03	1.84E+02	3.30E+14	2.34E+02	8.61E+03	0.00E+00	1.04E+02

表 5 Ackley 函数求解结果

维数	迭代数	粒子数	QPSO			APMQPSO1			APMQPSO2			APMQPSO3			APMQPSO4		
			均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差	均值	最优值	标准差
10	1 000	5	8.89E-01	8.91E-05	1.29E+00	8.45E+00	1.02E-05	9.14E+00	6.89E+00	1.49E-04	8.37E+00	3.47E+00	3.43E-03	3.68E+00	7.99E+00	1.66E-05	8.68E+00
		10	2.03E+00	3.20E-11	3.41E+00	7.07E+00	5.41E-11	8.78E+00	3.08E+00	3.21E-09	3.57E+00	2.74E+00	3.42E-13	5.32E+00	2.80E+00	1.09E-10	5.90E+00
		20	3.87E+00	4.44E-15	5.71E+00	5.76E+00	4.44E-15	7.98E+00	3.56E+00	1.15E-14	4.69E+00	6.25E+00	4.44E-15	5.62E+00	7.14E+00	7.99E-15	6.58E+00
		40	8.71E+00	4.44E-15	5.50E+00	5.73E+00	4.44E-15	5.84E+00	6.41E+00	4.44E-15	5.74E+00	6.13E+00	1.30E-03	5.76E+00	5.83E+00	4.44E-15	5.79E+00
20	1 500	5	9.64E+00	2.04E+00	6.37E+00	1.00E+01	2.59E+00	7.93E+00	9.57E+00	1.74E+00	8.13E+00	7.46E+00	1.84E+00	6.87E+00	9.85E+00	8.25E-01	7.69E+00
		10	1.30E+01	3.71E-04	8.44E+00	8.82E+00	1.68E-06	8.96E+00	1.10E+01	2.01E-04	9.87E+00	9.02E+00	2.71E-04	7.91E+00	1.20E+01	5.13E-07	7.74E+00
		20	1.36E+01	1.16E+00	7.19E+00	1.86E+01	1.16E+01	3.63E+00	1.98E+01	1.72E+01	1.07E+00	1.71E+01	4.11E-08	6.26E+00	1.38E+01	1.17E-07	7.08E+00
		40	1.95E+01	1.82E+01	7.83E-01	1.82E+01	1.32E+01	2.52E+00	1.53E+01	8.59E+00	4.42E+00	1.52E+01	4.12E+00	5.97E+00	1.59E+01	7.16E+00	4.88E+00
30	2 000	5	1.77E+01	9.58E+00	3.74E+00	1.87E+01	5.19E+00	5.00E+00	1.45E+01	3.92E+00	6.77E+00	1.58E+01	3.14E+00	6.80E+00	1.52E+01	2.98E+00	6.23E+00
		10	1.26E+01	5.35E-01	8.98E+00	1.43E+01	3.62E+00	5.70E+00	1.80E+01	1.11E+01	3.60E+00	1.44E+01	7.12E-03	8.15E+00	1.81E+01	9.58E+00	3.81E+00
		20	1.58E+01	8.69E-06	6.25E+00	1.98E+01	1.68E+01	1.28E+00	1.80E+01	1.08E+01	3.19E+00	1.50E+01	5.24E+00	5.64E+00	1.68E+01	8.27E+00	4.73E+00
		40	1.80E+01	1.19E+01	2.55E+00	1.92E+01	1.53E+01	1.95E+00	1.94E+01	1.60E+01	1.61E+00	1.93E+01	1.55E+01	1.90E+00	1.62E+01	7.96E+00	4.84E+00

表6 Sphere 函数集成后的数据

<i>N</i>	<i>T</i>	<i>M</i>	QPSO	APMQPSO1	APMQPSO2	APMQPSO3	APMQPSO4
10	1 000	5	3.94E-04	5.41E-07	1.59E-05	1.01E-05	2.26E-08
		10	2.44E-19	1.92E-19	7.16E-15	9.16E-17	1.03E-20
		20	7.56E-37	1.29E-34	1.56E-29	1.46E-37	9.49E-35
		40	2.71E-58	8.24E-51	2.26E-46	3.94E-54	6.01E-45
20	1 500	5	7.29E+00	9.33E+00	<u>2.65E+00</u>	1.41E+00	1.33E+01
		10	2.01E-08	1.60E-10	8.16E-08	1.21E-08	2.34E-10
		20	3.96E-19	3.05E-10	7.26E-18	5.87E-17	4.66E-19
		40	3.70E-31	5.73E-28	8.64E-29	1.48E-28	2.49E-27
30	2 000	5	1.59E+02	1.47E+02	1.76E+02	1.64E+02	2.68E+02
		10	4.35E-03	4.24E-07	8.38E-04	5.66E-04	6.36E-06
		20	1.93E-11	3.07E-14	2.01E-11	7.51E-12	3.50E-07
		40	4.93E-19	6.41E-11	1.43E-19	5.94E-19	5.52E-11

从表6可以看出,对于Sphere函数,当维数为10、粒子数较少(≤ 10)时,APMQPSO4最有效;而当粒子数较多(≥ 20)时,QPSO算法则最有效。当维数为20时,当粒子数较多时,也是QPSO算法最有效;当维数为30时,APMQPSO1算法表现出很强的寻优能力。因此,有这样一个规律:当Sphere函数的维数小、粒子数较多时,标准QPSO算法最有效;而当维数较大时,采用基于变异概率线性变化的QPSO算法能取得很好的求解效果。

表7 Rosenbrock 函数集成后的数据

<i>N</i>	<i>T</i>	<i>M</i>	QPSO	APMQPSO1	APMQPSO2	APMQPSO3	APMQPSO4
10	1000	5	8.07E+00	7.22E+01	9.14E+01	3.81E+01	4.17E+01
		10	2.93E+01	1.26E+01	1.08E+01	1.24E+01	2.99E+00
		20	7.19E+00	2.02E+00	1.81E-02	8.08E+00	2.78E+01
		40	2.80E-02	3.98E+00	1.42E+00	2.00E+00	7.93E+00
20	1500	5	2.15E+03	2.08E+03	2.20E+03	1.49E+03	7.48E+02
		10	6.90E+01	1.22E+03	3.53E+02	1.93E+02	2.51E+02
		20	6.31E+01	3.98E+01	2.35E+01	2.51E+01	6.58E+01
		40	4.37E+01	3.17E+01	8.32E+00	2.13E+01	1.77E+01
30	1000	5	7.36E+04	6.38E+04	1.33E+05	3.10E+05	1.47E+05
		10	6.12E+02	4.62E+02	5.44E+02	4.11E+02	4.49E+02
		20	3.15E+01	3.52E+01	5.89E+01	2.72E+02	4.55E+01
		40	5.41E+01	3.69E+01	4.27E+01	3.93E+01	1.24E+02

从表7可以看出,对于Rosenbrock函数,各种算法求解效果的规律并不是很明显,但是可以发现:基于变异概率非线性变化的QPSO算法(即APMQPSO3和APMQPSO4)对该函数的求解并非很有效。与Sphere函数一样,标准QPSO算法和基于变异概率线性变化的QPSO算法在大多数情况下能有效地优化Rosenbrock函数。

表8 Rastrigin 函数集成后的数据

<i>N</i>	<i>T</i>	<i>M</i>	QPSO	APMQPSO1	APMQPSO2	APMQPSO3	APMQPSO4
10	1000	5	6.91E+00	5.26E+00	5.70E+00	5.80E+00	5.03E+00
		10	3.45E+00	3.39E+00	2.50E+00	4.37E+00	3.63E+00
		20	1.57E+00	1.72E+00	1.67E+00	1.71E-01	1.52E+00
		40	1.53E+00	3.33E-01	2.22E-01	5.90E-04	5.58E-02
20	1500	5	2.34E+01	2.54E+01	3.04E+01	2.74E+01	2.73E+01
		10	1.26E+01	1.40E+01	1.29E+01	1.19E+01	1.39E+01
		20	9.25E+00	1.09E+01	8.48E+00	<u>8.89E+00</u>	9.61E+00
		40	5.74E+00	4.40E+00	5.40E+00	7.31E+00	5.96E+00
30	2000	5	5.51E+01	5.08E+01	6.05E+01	4.75E+01	5.14E+01
		10	2.83E+01	3.31E+01	2.75E+01	2.81E+01	2.58E+01
		20	1.66E+01	1.75E+01	1.71E+01	1.76E+01	1.58E+01
		40	1.33E+01	1.19E+01	1.09E+01	<u>1.17E+01</u>	1.36E+01

从表8可以看出,对于Rastrigin函数,QPSO和APMQPSO1算法的寻优效果很不明显;而APMQPSO2、APMQPSO3和

APMQPSO4算法则能较好地优化该函数,其中APMQPSO3算法的寻优效果最好。因此,对于优化Rastrigin函数,基于变异概率非线性变化的QPSO算法更有效。

表9 Griewank 函数集成后的数据

<i>N</i>	<i>T</i>	<i>M</i>	QPSO	APMQPSO1	APMQPSO2	APMQPSO3	APMQPSO4
10	1 000	5	5.87E-02	8.44E-02	8.39E-02	8.39E-02	4.52E-02
		10	2.28E-02	4.85E-02	6.69E-02	6.25E-02	2.64E-02
		20	3.16E-02	4.82E-02	2.42E-02	4.23E-02	3.67E-02
		40	3.22E-02	6.69E-04	1.09E-02	1.71E-02	2.48E-03
20	1 500	5	5.99E-01	5.06E-01	4.56E-01	6.08E-01	1.57E-01
		10	1.29E-04	1.19E-02	1.65E-03	7.85E-05	1.57E-06
		20	1.25E-08	<u>0.00E+00</u>	4.63E-08	0.00E+00	1.05E-07
		40	0.00E+00	0.00E+00	6.48E-05	4.26E-08	<u>0.00E+00</u>
30	2 000	5	2.29E+00	2.38E+00	4.29E+00	4.63E+00	2.97E+00
		10	5.59E-03	4.41E-04	4.06E-03	1.01E-02	3.87E-04
		20	4.60E-07	3.05E-08	3.59E-06	4.28E-06	2.83E-09
		40	<u>0.00E+00</u>	<u>0.00E+00</u>	4.27E-09	2.59E-08	0.00E+00

从表9可以看出,对于Griewank函数,QPSO和APMQPSO4算法是很有效的两种算法,特别是APMQPSO4算法表现出非常强的寻优能力。一个有趣的现象是:QPSO算法似乎在粒子数较少时能较有效地优化Griewank函数。此外,QPSO、APMQPSO1和APMQPSO4这三种算法均多次准确地找到该函数的最优值0。

表10 Ackley 函数集成后的数据

<i>N</i>	<i>T</i>	<i>M</i>	QPSO	APMQPSO1	APMQPSO2	APMQPSO3	APMQPSO4
10	1 000	5	9.58E-03	9.44E-03	3.33E-02	1.10E-01	1.17E-02
		10	8.93E-06	2.04E-05	1.03E-04	1.11E-06	2.03E-05
		20	1.42E-07	1.71E-07	2.14E-07	1.63E-07	2.35E-07
		40	1.79E-07	1.60E-07	1.65E-07	8.81E-02	1.61E-07
20	1 500	5	4.08E+00	4.86E+00	3.95E+00	3.65E+00	2.71E+00
		10	6.37E-02	3.86E-03	4.60E-02	4.81E-02	2.27E-03
		20	3.49E+00	1.06E+01	1.03E+01	6.86E-04	1.11E-03
		40	9.91E+00	1.04E+01	8.94E+00	6.56E+00	8.43E+00
30	2 000	5	9.53E+00	7.57E+00	6.48E+00	5.94E+00	5.64E+00
		10	2.43E+00	5.98E+00	1.02E+01	2.86E-01	9.65E+00
		20	9.73E-03	1.05E+01	9.86E+00	7.28E+00	9.15E+00
		40	9.92E+00	1.08E+01	1.07E+01	1.09E+01	8.92E+00

从表5和10可以看出,对于Ackley函数的优化问题,APMQPSO3和APMQPSO4算法是最有效的两种算法。

从以上分析得出:对于单峰函数(如Sphere函数和Rosenbrock函数),在大多数情况下,标准QPSO算法和基于变异概率线性变化的APMQPSO算法均能取得很好的优化效果;而对于复杂的多峰函数,基于变异概率非线性变化的APMQPSO算法则具有更强的优化能力。

4 结束语

为了改进量子粒子群优化算法,本文提出了自适应阶段变异量子粒子群优化算法。考虑四种不同的变异概率更新策略,形成了四种APMQPSO算法,采用五个典型的测试函数进行仿真实验,并将实验结果与标准QPSO算法进行了比较。实验结果表明:对于单峰函数,在大多数情况下,标准QPSO算法和基于变异概率线性变化的QPSO算法均能取得很好的优化效果;而对于复杂的多峰函数,基于变异概率非线性变化的QPSO算法则具有更强的优化能力。

(上接第 2039 页)

参考文献:

- [1] EBERHART R, KENNEDY J. A new optimizer using particles swarm theory[C]//Proc of the 6th International Symposium on Micro Machine and Human Science. 1995:39-43.
- [2] SUN Jun, FENG Bin, XU Wen-bo. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior[C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. 2004:325-331.
- [3] 孙俊. 量子行为粒子群优化算法研究[D]. 无锡:江南大学,2009.
- [4] 王璋,冯斌,孙俊. 含维变算子的量子粒子群算法[J]. 计算机工程与设计,2008,29(6):1478-1481.
- [5] 林星,冯斌,孙俊. 基于边界变异的量子粒子群优化算法[J]. 计算机工程,2008,34(12):187-191.
- [6] 石锦凤,冯斌,孙俊. 求解 job-shop 调度问题的量子粒子群优化算法[J]. 计算机应用研究,2008,25(3):684-686,691.
- [7] 刘俊芳,高岳林. 带自适应变异的量子粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用,2011,47(3):41-43.
- [8] 靳文辉. 自适应变异量子粒子群优化算法及其应用研究[D]. 无锡:江南大学,2008.
- [9] 徐泽水. 直觉模糊信息集成理论及应用[M]. 北京:科学出版社,2008:187-197.