

基于改进粒子群三次 Bezier 曲线优化的路径规划*

朱东伟, 毛晓波[†], 陈铁军
(郑州大学 电气工程学院, 郑州 450001)

摘要: 为了实现在障碍环境空间下移动机器人的平滑最优路径规划, 提出了一种利用 Bezier 曲线描述路径与改进粒子群优化算法相结合的路径规划方法。借助三次 Bezier 曲线描述路径, 可以将路径规划问题转换为生成 Bezier 曲线有限个点的位置优化问题, 通过改进的具有指数变化的认知因子的粒子群优化算法进行最优路径搜索。仿真实验表明, 该算法可以有效地进行平滑的无碰撞路径规划, 并具有较强的跳出局部最优的能力。

关键词: 路径规划; 粒子群算法; 贝塞尔曲线; 优化算法

中图分类号: TP311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)05-1710-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.05.028

Path planning algorithm based on improved particle swarm optimization of Bezier curves

ZHU Dong-wei, MAO Xiao-bo[†], CHEN Tie-jun
(School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: To get an optimal smooth path for a mobile robot in an obstacle environment, this paper proposed a novel path planning approach using improved particle swarm optimization with a path described by string of Bezier curves. Described the path by string of Bezier curves, thus the path planning could be converted to some limited points location that generated Bezier curves optimization problem. Then, found out the optimal path by the cognitive factor with index change particle swarm optimization algorithm. The simulation results show that the proposed algorithm has effectively collision-free path planning and strong capability of preventing premature convergence.

Key words: path planning; particle swarm optimization; Bezier curves; optimized algorithm

路径规划是实现机器人导航和控制的最基本环节之一。其目的是在有障碍物的环境中按照某些优化指标(如路径长度、安全性、可行性等), 搜索出一条从起始点到目标点的最优或接近最优的无障碍路径^[1]。目前已经有很多种智能解决方案, 如蚁群算法、神经网络、免疫算法和遗传算法等, 但是这些算法运算时间一般都比较长, 计算时占据内存比较大, 因此很难达到实时路径规划的要求^[2]。

粒子群优化算法是一种模拟鸟群飞行的优化算法, 与遗传算法类似, 是从随机解出发, 经过多次迭代寻找最优解, 通过适应值函数来评价解的品质。粒子群算法的优势在于算法的简洁性, 易于实现, 没有太多参数需要调整, 且不需要梯度信息, 是非线性连续优化问题、组合优化问题和混合整数非线性优化问题的有效优化工具^[3]。但是标准粒子群算法的全局搜索能力不强, 容易陷入局部最优, 在一定程度上限制了其在实际中的应用。

本文提出一种结合三次 Bezier 曲线和改进的粒子群优化算法的移动机器人路径规划方法。借助三次 Bezier 曲线描述路径, 可以将路径规划问题转换为生成 Bezier 曲线的一些有限个点的位置优化问题。本文描述路径的方法与文献[2]相似, 但是降低了决定整个路径的参量数量, 在寻优时间上有所减

少。同时为了改善粒子群优化算法易于陷入局部最优的问题, 提出了对影响粒子速度更新的自身认知因子和社会认知因子具有指数动态变化的改进粒子群算法。

1 Bezier 曲线

Bezier 曲线是由法国 Renault 汽车公司工程师 Bezier P E 在 1962 年提出的一种新的参数曲线表示方法^[4]。

1.1 Bezier 曲线定义及性质

Bezier 曲线的定义严格依赖于确定该段曲线控制点的个数, $N+1$ 个顶点可以定义 N 次多项式的曲线。Bezier 曲线上各点的参数方程^[5]为

$$P(t) = \sum_{i=0}^N P_i B_{i,N}(t) \quad t \in [0, 1] \quad (1)$$

其中: P_i 为第 i 个顶点的坐标值; 基函数 $B_{i,N}(t)$ 为 Bernstein 多项式^[6], 定义为

$$B_{i,N}(t) = C_N^i t^i (1-t)^{N-i} \quad i=0, 1, \dots, n \quad (2)$$

其中: C_N^i 为二项式系数。由式(1)(2)可以得出三次 Bezier 曲线的各点参数方程为

$$P(t) = P_0(1-t)^3 + 3P_1t(1-t)^2 + 3P_2t^2(1-t) + P_3t^3 \quad (3)$$

当 t 在区间 $(0, 1)$ 上变动时, 就生成了三次 Bezier 曲线。

收稿日期: 2011-10-12; **修回日期:** 2011-11-18 **基金项目:** 国家教育部高等学校博士学科点专项科研基金资助课题(20114101110005); 河南省重大科技攻关项目(102101210100); 河南省教育厅科学技术研究重点计划资助项目(12A410002)

作者简介: 朱东伟(1985-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为机器视觉与机器人控制; 毛晓波(1965-), 男(通信作者), 教授, 硕导, 博士, 主要研究方向为仿生机器视觉、智能仪器仪表(mail-mxb@zzu.edu.cn); 陈铁军(1954-), 男, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为复杂系统控制。

Bezier 曲线的性质^[7]如下:

a) 曲线的起点和终点与特征多边形的起点和终点重合。

b) 起点和终点的一阶导数只与相近的两个控制点有关,方向相同于两点的连线方向,计算公式为

$$P'(0) = 3 \times (P_1 - P_0), P'(n) = 3 \times (P_n - P_{n-1}) \quad (4)$$

1.2 粒子描述

复杂的一阶连续的 Bezier 曲线可以由较低次的 Bezier 曲线连接而成。如图 1 所示,曲线由两段三次 Bezier 曲线连接而成,其中一段 Bezier 曲线由 P_0, P_1, P_2, P_3 四个点控制生成,另一段由 Q_0, Q_1, Q_2, Q_3 四个点控制生成。为了保证连接后的曲线一阶连续,需要满足以下条件:

$$P_3 - P_2 = Q_1 - Q_0, P_3 = Q_0 \quad (5)$$

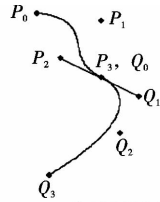


图1 Bezier曲线描述的路径

利用 n 条三次 Bezier 曲线描述路径,由于规线起始点和终点已知,并且满足一阶连续,所以就可以用 $2 \times n$ 个点决定,即 $4 \times n$ 个参量决定(比文献[2]要少 4 个参量)。用来优化的粒子结构如图 2 所示。

P_{1x}^1	P_{1y}^1	P_{2x}^1	P_{2y}^1	P_{3x}^1	P_{3y}^1	P_{1x}^2	P_{1y}^2	P_{2x}^2	P_{2y}^2	P_{3x}^2	P_{3y}^2	$\dots$	P_{1x}^n	P_{1y}^n	P_{2x}^n	P_{2y}^n
------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	------------	---------	------------	------------	------------	------------

图2 粒子结构

由式(3)及(5)推导出通过粒子参数计算路径各点的方程,如式(6)所示。其中, P_0 为起始点, P_1 为终点, n 为描述路径的三次 Bezier 曲线的条数。当 t 在区间 $(0, 1)$ 上变动时,就生成了第 i 段的三次 Bezier 曲线。生成的 n 段三次 Bezier 曲线就构成了整个路径的曲线。

$$P(t) = \begin{cases} P_0(1-t)^3 + 3P_1t(1-t)^2 + 3P_2t^2(1-t) + P_3t^3 & i=1 \\ P_{3i-1}^{-1}(1-t)^3 + 3(2P_{3i-1}^{-1} - P_{3i-2}^{-1})t(1-t)^2 + 3P_{3i-2}^{-1}t^2(1-t) + P_{3i-1}^{-1}t^3 & 1 < i < n \\ P_{3n-1}^{-1}(1-t)^3 + 3(2P_{3n-1}^{-1} - P_{3n-2}^{-1})t(1-t)^2 + 3P_{3n-2}^{-1}t^2(1-t) + P_{3n-1}^{-1}t^3 & i=n \end{cases} \quad (6)$$

2 改进的粒子群优化算法

2.1 标准粒子群优化算法

标准粒子群优化算法首先在 D 维搜索空间中初始化 m 个粒子。每个粒子根据自身的经验和群体的经验在 D 维空间中向更好的位置移动,经过迭代搜索,得到全局最优解^[8]。设 $X_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{kd})$ 为第 k 个粒子的 D 维空间位置向量,根据问题的优化指标设置的适应度函数可以求出 X_k 的适应值,即可衡量粒子的位置优劣; $V_k = (v_{k1}, v_{k2}, \dots, v_{kd})$ 为第 k 个粒子移动速度; $pB_k = (p_{k1}, p_{k2}, \dots, p_{kd})$ 为第 k 个粒子搜索到的最优位置; $gBest = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gd})$ 为整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置。每个粒子的速度和位置更新公式为^[9]

$$V_k^{t+1} = wV_k^t + c_1r_1(pB_k^t - X_k^t) + c_2r_2(gBest^t - X_k^t) \quad (7)$$

$$X_k^{t+1} = X_k^t + V_k^{t+1} \quad (8)$$

其中: c_1, c_2 为正常数,分别调整 pB_k 和 $gBest$ 对当前粒子的影响强度; r_1, r_2 为 $[0, 1]$ 的随机数,保持了群体的多样性。参数 w 称为惯性因子,一般设定为随时间线性减少的函数。

$$w = w_{\max} - \frac{w_{\max} - w_{\min}}{\text{Iter}_{\max}} \times \text{Iter}_c \quad (9)$$

其中: $w_{\max}$ 为初始惯性权重; $w_{\min}$ 为最终惯性权重; $\text{Iter}_{\max}$ 为最大迭代次数; Iter_c 为当前迭代次数。

2.2 改进的粒子群优化算法

标准粒子群优化算法中,早熟是该算法面临的最大问题。当粒子在寻找最优解的过程中搜索到局部最优值,很容易导致所有粒子全部移动到该值停止不前,从而陷入局部最优。为了解决以上问题,本文对速度更新公式的认知因子进行了改进。例如式(5), c_1 和 c_2 为认知因子,也称加速因子,对粒子速度起到调整的作用,使粒子具有自我总结和向社会学习的能力。当粒子群搜索初期让式(5)的第二部分,即自我总结的影响强一些,使各个粒子能够在自身附近进行较充分的搜索;同时让式(5)的第三部分,即向社会学习的能力的影响弱一些,避免搜索初期,粒子过早地向当前粒子最优值靠近,从而在一定程度上降低了陷入局部最优的可能性。在搜索后期,当前粒子最优值已经比较接近全局最优解,这时可以使粒子自我总结的能力弱一些,而使向社会学习的能力强一些,从而使粒子的收敛加快。基于以上思想,设计如下速度更新公式:

$$V_k^{t+1} = wV_k^t + c_1r_1(pB_k^t - X_k^t)\xi_1 + c_2r_2(gBest^t - X_k^t)\xi_2 \quad (10)$$

其中: $\xi_1 = e^{w-w_{\max}}$; $\xi_2 = e^{w_{\min}-w}$; w 为惯性因子; $w_{\max}$ 为初始惯性权重; $w_{\min}$ 为最终惯性权重。

2.3 评价指标

评价指标对粒子群优化算法非常重要。由于采用一阶连续的 Bezier 曲线保证了路径的平滑性,所以本文评价函数的构造主要考虑路径的行驶安全和长度。

a) 规划路径的行驶安全性,即 Bezier 曲线规划出的路径不能与障碍物相交。为此,设计安全性惩罚函数 f_{safe} ,当路径与所有障碍物之间的最小距离 $d_{\min}$ 小于设定的安全距离 D_{safe} 时,进行惩罚,且惩罚的强度随着 $d_{\min}$ 的减小而增强;当路径与所有障碍物的最小距离大于安全距离时,则主要考虑路径的长度。定义如下安全性惩罚函数^[10]:

$$f_{\text{safe}} = \begin{cases} 0 & d_{\min} > D_{\text{safe}} \\ (1 - \frac{d_{\min}}{D_{\text{safe}}})^2 & 0 \leq d_{\min} \leq D_{\text{safe}} \end{cases} \quad (11)$$

$$d_{\min} = \min_{o \in C_{\text{obs}}} \min_{t \in [0, 1]} \sqrt{(x(t) - o_x)^2 + (y(t) - o_y)^2} \quad (12)$$

其中: $x(t), y(t)$ 是由式(3)求出的点的坐标; C_{obs} 为空间中所有障碍物的集合。

b) 规划的路径应尽量短,即 Bezier 曲线的总长度要越小越好。定义如下最短性惩罚函数:

$$f_{\text{len}} = (1 - \frac{L_{\min}}{L})^2 \quad (13)$$

其中: $L_{\min}$ 为起始点到终点的欧氏距离; L 是规线的长度,由式(14)计算:

$$L = \int_0^1 \sqrt{(x'(t))^2 + (y'(t))^2} dt \quad (14)$$

综上所述,本文的总的惩罚性函数定义为

$$f = a_1 f_{\text{safe}} + a_2 f_{\text{len}} \quad (15)$$

其中: a_1, a_2 为权值系数,用来调整规划长度和安全性在路径规划中所占的权重。粒子的总的惩罚性函数值 f 越小则表明粒子的品质越好。

3 实验结果及分析

为了验证算法的有效性,利用 VC++ 对其进行了仿真。

第一组实验参数设置为:种群规模 $N = 30$, $w_{\max} = 0.9$, $w_{\min} = 0.1$, 认知因子 $c_1 = c_2 = 2$, 安全性惩罚函数权值 $a_1 = 3$, 最短性惩罚函数的权值 $a_2 = 1$, 最大迭代次数为 100, 初始种群的速度随机产生。如图 3 所示, 环境较简单, 但是局部最优的情况较多。由于本文算法在搜索前期自我学习的能力强, 每个粒子在自身周围进行了充分的搜索, 一定程度上避免了陷入局部最优的可能性。

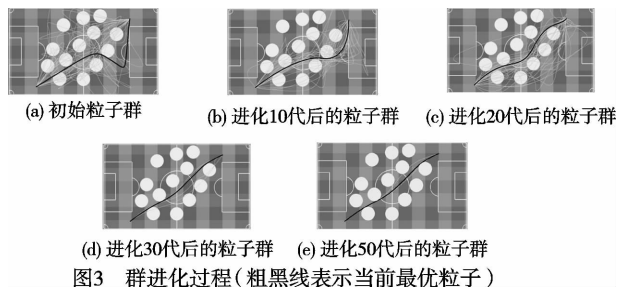


图3 群进化过程(粗黑线表示当前最优粒子)

第二组实验的环境比较复杂, 但一样取得了较好的规划效果, 如图 4 所示。实验参数设置为: 种群规模 $N = 30$, $w_{\max} = 0.9$, $w_{\min} = 0.1$, 认知因子 $c_1 = c_2 = 2$, 最大迭代次数为 500, 初始种群的速度随机产生。

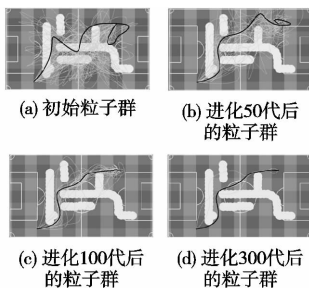


图4 群进化过程(粗黑线表示当前最优粒子)

最后对文献[2]所提出的算法进行了编程仿真, 并与本文算法进行了对比。实验结果表明, 在寻优效果方面两者没有太大差别; 在寻优时间上, 本文提出的解决方案要比文献[2]少四个参量, 所以在初始化粒子以及更新粒子阶段比文献[2]所用的时间短。本文方法相对于文献[2]在总的优化时间上可以降低 2% ~ 3%。

4 结 束 语

本文提出了一种结合利用 Bezier 曲线描述路径和改进粒子群优化算法的路径规划方法。利用 Bezier 曲线描述路径, 把路径规划问题转换为生成 Bezier 曲线的点的位置优化问题, 易于实现, 并且相对于利用三次 Ferguson 样条描述路径的方法, 在满足路径平滑性的情况下, 粒子参数的个数有所减少, 寻优时间有所降低。此外, 所提出的具有指数变化的认知因子的粒子群优化算法, 在初始搜索时, 能够在各个粒子最优位置附近较充分地搜索, 一定程度上避免了粒子的早熟问题, 降低了粒子群陷入局部最优的可能性。实验表明, 本文算法是一种有效的路径规划方案。

参考文献:

- [1] 刘华军, 杨静宇, 陆建峰, 等. 移动机器人运动规划研究综述[J]. 中国工程科学, 2006, 8(1): 85-94.
- [2] 吴宪祥, 郭宝龙, 王娟. 基于粒子群三次样条优化的移动机器人路径规划算法[J]. 机器人, 2009, 31(6): 556-560.
- [3] 纪震, 廖惠连, 吴青华. 粒子群算法及应用[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 13-15.
- [4] 杭后俊, 李汪根. 有理三次 Bezier 曲线表示圆弧的一种实用方法[J/OL]. (2011-03-02). <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2127.tp.20110302.1101.003.html>.
- [5] 刘会刚, 泰国亮. 一种基于 Bezier 曲线的军事箭标实现[J]. 四川兵工学报, 2009, 30(2): 67-68.
- [6] 黄日朋. 有理 q-Bernstein-Bezier 曲线的构造及其应用[J]. 计算机应用, 2010, 30(5): 1359-1362.
- [7] 刘钰, 马艳丽, 李涛. 基于 Bezier 曲线拟合的自主平行泊车轨迹模型仿真[J]. 科学导报, 2011, 29(11): 59-61.
- [8] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. New Jersey: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [9] EBERHART R C, SHI Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization[C]//Proc of the Congress on Evolutionary Computing. San Diego, CA: IEEE, 2000: 84-88.
- [10] 王珂珂, 赵汗青, 吕强. 参数化运动模型和 PSO 的自主运动规划方法[J/OL]. (2011-08-04). <http://www.cnki.net/kcms/detail/11.2127.tp.20110804.1603.001.html>.