

和声搜索—分布估计混合算法 求解多目标优化问题*

郝冰¹, 任献花¹, 高岳林², 江巧永²

(1. 昆明理工大学津桥学院, 昆明 650106; 2. 北方民族大学 信息与系统科学研究所, 银川 750021)

摘要: 针对和声搜索算法不能很好地求解多目标优化问题的缺陷, 提出一种多目标和声搜索—分布估计混合算法(MHS-EDA)。该算法一方面利用分布估计的采样操作对和声记忆库内进行搜索, 拓宽了和声记忆库内空间; 另一方面对和声记忆库外进行外部档案搜索, 实现群体间信息交换, 从而提高了多目标和声算法的全局搜索能力。数值实验选取六个常用测试函数, 并与多目标遗传算法、多目标分布估计算法、多目标和声搜索算法进行比较, 测试结果表明提出的混合算法能够有效地解决多目标优化问题。

关键词: 多目标优化; 和声搜索; 分布估计

中图分类号: TP18

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)05-1659-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.05.015

Hybrid harmony search and estimation of distribution algorithm for multi-objective optimization problems

HAO Bing¹, REN Xian-hua¹, GAO Yue-lin², JIANG Qiao-yong²

(1. Oxbridge College of Kunming University of Science & Technology, Kunming 650106, China; 2. Institute of Information & System Science, North Ethnic University, Yinchuan 750021, China)

Abstract: For solving the problems of basic harmony search algorithm can't be well used for multi-objective optimization, this paper proposed a kind of multi-objective hybrid harmony search and estimation of distribution (MHS-EDA). In the harmony memory, sampled every variable by estimation of distribution, so it would widen the space of harmony memory. Out of the harmony memory, every variable would be searched by external repository, so it could exchange information between the populations during the proceeding of evolutionary and enhance the global searching ability of harmony search algorithm. Numerical experiments compare with multi-objective genetic algorithm, multi-objective estimation of distribution algorithm and multi-objective harmony search algorithm on six benchmark problems. The results show that the proposed algorithm can be effective to solve multi-objective optimization problems.

Key words: multi-objective optimization; harmony search; estimation of distribution foraging

多目标优化问题起源于许多实际复杂系统的设计、建模和规划问题, 这些系统所在的领域包括工业制造、城市运输、资本预算、能量分配、城市布局等, 是科学研究与工程实践中普遍存在的一类优化问题^[1]。在多目标优化问题中, 最优解通常是一个解集, 用传统方法求解往往只能得到一个解而非 Pareto 最优解集, 求解效率比较低。随后, 进化算法作为求解多目标优化问题的新方法受到了广泛关注。进化算法适合于求解多目标优化问题的原因在于: a) 进化算法基于种群的搜索方式实现了搜索的多向性和全局性, 使得其非常适合于求解多目标优化问题; b) 进化算法不需要许多数学上的必备条件, 可以处理所有类型的目标函数和约束。目前已涌现出很多种进化多目标优化算法^[2-5]。

受音乐创作的影响, 由 Geem 等人^[6]在 2001 年提出的和声搜索算法是近几年发展起来的智能优化方法, 可用于全局优

化搜索和求解多目标优化问题^[7-11]。但基本和声搜索算法的随机性较大, 稳定性不高, 且搜索没有方向性, 直接将其应用于多目标优化不能取得较好的效果。

1 多目标优化的基本概念

以最小化为例, 多目标优化问题可表示为

$$\begin{cases} \min & f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)] \\ \text{s. t.} & x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in X \subseteq \mathbb{R}^n \\ & X = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) \mid l_i \leq x_i \leq u_i\} \\ & l = (l_1, l_2, \dots, l_n), u = (u_1, u_2, \dots, u_n) \end{cases} \quad (1)$$

其中: x 为决策变量; y 为目标函数; X 为决策空间; l 和 u 分别为下界和上界。下面给出多目标优化经常会用到的几个基本概念^[2]。

收稿日期: 2011-10-14; **修回日期:** 2011-11-25 **基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(60962006); 云南省教育厅科学研究基金资助项目(2010Y073)

作者简介: 郝冰(1982-), 男, 山东泰安人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为智能计算与智能信息处理、金融数学与金融工程; 任献花(1981-), 女, 河南虞城人, 讲师, 硕士, 主要研究方向为智能计算与智能信息处理、金融数学与金融工程; 高岳林(1963-), 男, 陕西榆林人, 教授, 博士, 主要研究方向为最优化理论方法及应用、智能计算与智能信息处理、金融数学与金融工程; 江巧永(1983-), 男, 浙江温岭人, 硕士研究生, 主要研究方向为多目标进化算法及其应用(qiaodocor@126.com)。

1) Pareto 支配 解 x^0 支配 $x^1 (x^0 > x^1)$, 当且仅当

$$f_i(x^0) \leq f_i(x^1) \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$f_i(x^0) < f_i(x^1) \quad \exists i \in \{1, 2, \dots, m\}$$

2) Pareto 最优 如果解 x^0 是 Pareto 最优的, 当且仅当 $\exists x^1 > x^0$ 。

3) Pareto 最优集 所有 Pareto 最优解的集合 $P_s = \{x^0 | \neg \exists x^1 > x^0\}$, 又称为非劣最优解集。

4) Pareto 最优前端 所有 Pareto 最优解对应的目标函数值所形成的区域 P_F 为

$$P_F = \{f(x) = (f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)) | x \in P_s\}$$

2 和声搜索算法

和声搜索算法^[6,7]是进化计算领域一类新兴的随机优化算法, 是受乐队演奏音乐的启发而得到的。每个乐器的音符相当于目标函数中的每个变量, 演奏音乐的目的是使音乐优美动听, 而优化的目的是使目标函数达到极小值, 这样演奏音乐的过程与优化过程对应起来。算法首先生成 HM 个初始解, 并放入和声记忆库中; 然后对解的各个分量分别以概率 $HMCR$ 在和声记忆库内进行搜索, 以 $1 - HMCR$ 的概率在记忆库外搜索, 期望获得新解的对应分量。在记忆库内进行搜索时, 当随机搜索到某一分量后, 则对该分量以概率 PAR 进行扰动。最后由搜索到的各个分量构成新解, 若新解优于记忆库中的最差解, 则用新解替换库中最差解。如此循环, 直到满足终止条件为止。

3 分布估计算法

分布估计算法^[12,13]是进化计算领域一类新兴的随机优化算法, 它是遗传算法与统计学习的结合。该算法用统计学习的手段构建解空间内个体分布的概率模型, 然后运用进化的思想进化该模型。该算法不同于遗传算法, 它没有传统的交叉、变异操作, 是一种全新的进化模式, 通过对概率模型的采样实现种群的进化。

1) 建立概率模型

假定当前进化种群服从固定高度柱状图分布, 固定高度柱状图模型将决策变量 x_i 的搜索空间 $[a_i, b_i]$ 分为高度相同的 H 份 (H 个子区间), 它的每个子区间的样本个数相同, 然后根据落在每个子区间的样本计算它的取值范围。

2) 随机采样方法

新种群通过对概率模型随机采样产生, 每个决策向量中的 x_i 可由如下方式产生: a) 随机选择一个子区间 $h_s (s = 1, 2, \dots, H)$; b) 按均匀分布从该子区间取一值。独立地重复这个采样过程多次, 即可获得多个新的个体, 进而得到一个新的种群。

4 多目标和声搜索—分布估计混合算法

由于进化算法在进化初期处于随机搜索阶段, 基本上得不到有益的结果, 但是在随机搜索阶段种群的分布是否足够宽广, 对后续的进化产生重要影响, 一般来说在初始阶段种群分布越宽广越好。随着进化的深入, 种群逐步向 Pareto 最优前沿逼近, 但是当进化到一定程度时, 种群不会进一步向 Pareto 最优前沿逼近, 出现一种停滞现象, 算法已陷入 Pareto 局部最优, 出现早熟收敛。基于上面的分析, 音符调节概率 PAR 应由小

到大进行动态调节^[10], 这样有利于算法在前期进行全局搜索, 到后期在局部范围内寻找 Pareto 最优解。而概率 $HMCR$ 应由大到小进行动态调节, 这样使算法在前期可以对和声记忆库内进行充分搜索。当算法迭代多次后, 逐步转到和声记忆库外进行搜索, 有利于提高种群的多样性。动态的 PAR 和 $HMCR$ 表达式如下:

$$PAR(t) = PAR_{\min} + (PAR_{\max} - PAR_{\min}) \times \frac{t}{g_{\max}} \quad (2)$$

$$HMCR(t) = HMCR_{\max} - (HMCR_{\max} - HMCR_{\min}) \times \frac{t}{g_{\max}} \quad (3)$$

其中: $PAR(t)$ 为第 t 代的音符调节率; $PAR_{\max}$ 和 $PAR_{\min}$ 分别为音符调节率的最大值和最小值; $HMCR(t)$ 为第 t 代在和声记忆库内搜索概率; $HMCR_{\min}$ 和 $HMCR_{\max}$ 分别为和声记忆库内搜索概率的最大值和最小值; $g_{\max}$ 为最大迭代次数。

在基本的和声搜索算法中, 对解的各个分量以概率 $HMCR$ 在和声记忆库内进行随机搜索并对其扰动, 以概率 $1 - HMCR$ 在和声库外进行随机搜索。但这样的扰动和搜索极具盲目性, 不利于找到 Pareto 最优解。为提高算法搜索的有效性, 将分布估计引入到和声搜索算法中。与传统进化算法不同, 分布估计算法是基于对整个种群建立数学模型, 直接描述整个群体的进化趋势, 是对生物进化宏观层面上的数学模型, 具有良好的全局搜索能力。首先以概率 HMC 对进化种群进行分布估计采样, 这样解的各个分量由原来对离散的分量进行随机搜索转变为对整个区间进行搜索, 拓展了搜索范围, 进而增强了和声搜索算法的全局搜索能力; 同时利用式(4)对和声库内采样得到的值进行扰动, 增强算法的局部搜索能力; 另外利用式(5)对和声库外的外部档案进行搜索, 实现内外种群信息的交流, 即新个体的分量一部分来自内部种群, 另一部分来自外部种群。

$$x^{t+1}(i, j) = x^t(i, j) + U(-1, 1) \times (x^t(i, j) - \text{opti}^t(r, j)) \quad (4)$$

$$x^{t+1}(i, j) = \text{opti}^t(r, j) \quad (5)$$

其中: $x^t(i, j)$ 为第 t 代第 i 个个体在和声记忆库内搜索到的第 j 个分量; $\text{opti}^t(r, j)$ 为第 t 代 Pareto 最优解集的第 r 个个体第 j 个分量; $U(-1, 1)$ 表示 $-1 \sim 1$ 之间均匀分布的随机数。

5 算法描述

a) 设置算法参数 $H, HM, PAR_{\max}, PAR_{\min}, HMCR_{\max}, HMCR_{\min}, g_{\max}$ 等。

b) 在决策空间中均匀生成初始种群 pop , 并将群体 pop 中的非支配解加入 Pareto 最优解集中, $t = 1$ 。

c) 随机产生一个 $0 \sim 1$ 之间的随机数 r_1 , 如果 $r_1 < HMCR(t)$, 则在和声库记忆库内进行分布估计采样得到一个分量; 否则利用(5)式对和声库记忆库外进行搜索选值。如果在和声库内选值, 随机产生一个 $0 \sim 1$ 之间的随机数 r_2 , 如果 $r_2 < PAR(t)$, 则利用式(4)对该值进行扰动。这样对变量的每个分量都采用上面的方法得到一个新的变量, 进而得到一个新的种群 $newPop$ 。

d) 将新种群 $newPop$ 的非支配个体加入到 Pareto 最优解集, 选出 Pareto 最优解集中的非支配个体。当非支配个体数大于 HM 时, 对非支配个体按 NSGA-II 的拥挤度距离从大到小进行排序, 选出前 HM 个非支配个体保留在 Pareto 最优解集中, 其余个体全部删除。

e) 根据 NSGA-II 的选择策略从复合种群 $pop \cup newPop$ 中选出新一代进化种群。

f) 如果达到最大迭代次数,则终止,输出 Pareto 最优解集; 否则 $t = t + 1$, 返回 c)。

6 数值实验

6.1 算法性能评价指标

多目标优化问题的解质量评价主要集中在所求得解与理论最优值之间的差距,以及求得解的分散程度。这里采用由 Van Veldhuizen 和 Lamont 在 1998 年提出来的世代距离 (generational distance, GD)^[2] 来衡量所求得解与理论解之间的差距,由 Zhou 等人^[14] 在 2006 年提出的一种修正延展度来评价解的分散程度。世代距离被定义为:

$$GD = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n d_i^2}}{n} \quad (6)$$

其中: n 为最优解数目, d_i 为所求得第 i 个个体在目标空间与理论 Pareto 最优前沿的最小欧氏距离。世代距离 GD 越小,算法逼近 Pareto 最优解集的程度越好。当所得到的解刚好与从最优前端取得的点重合时, $GD = 0$ 。

修正延展度公式为

$$\Delta = \frac{\sum_{i=1}^m d(E_i, \Omega) + \sum_{x \in \Omega} |d(X, \Omega) - \bar{d}|}{\sum_{i=1}^m d(E_i, \Omega) + (|\Omega| - m)\bar{d}} \quad (7)$$

其中: Ω 是算法找到的解集; $E_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 是 Pareto 最优解集; m 是目标函数的总数; $d(X, \Omega) = \min_{Y \in \Omega, Y \neq X} \|F(X) - F(Y)\|$, $\bar{d} = \frac{1}{|\Omega|} \sum_{x \in \Omega} d(X, \Omega)$ 。

6.2 数值实验及分析

为测试 MHS-EDA 算法的性能,选取 KUR、ZDT1、ZDT2、ZDT3、ZDT4、ZDT6 六个多目标测试函数^[2] 并与多目标遗传算法 (NSGA-II)、多目标分布估计算法 (MEDA) 和多目标和声搜索算法 (MHSA) 进行比较。参数设置如下: $H = 20$, $\text{HMCR}_{\max} = 0.9$, $\text{HMCR}_{\min} = 0.2$, $\text{PAR}_{\max} = 1$, $\text{PAR}_{\min} = 0.6$, Pareto 候选解集的上限为 100。表 1 和 2 分别是 MHS-EDA、MEDA、MHSA 和 NSGA-II 独立运行 30 次,种群规模为 100,最大迭代 250 次得到的收敛度指标的均值(上行)、标准差(下行)和分散度指标的均值(上行)、标准差(下行)。图 1~6 是 MHS-EDA、MEDA、MHSA 算法得到的仿真实验对比。

表 1 四种算法对六个测试函数收敛度指标的统计结果

Algorithm	NSGA-II	MEDA	MHSA	MHS-EDA
KUR	2.8974E-3	3.7888E-3	4.1693E-2	1.8768E-3
	2.3637E-4	1.2721E-3	6.5114E-3	4.1724E-4
ZDT1	1.3437E-3	4.1274E-3	2.7980E-1	2.2462E-4
	1.4078E-4	3.3898E-3	1.2421E-2	1.6164E-5
ZDT2	9.8112E-4	2.7405E-3	3.1041E-1	9.3132E-5
	6.4138E-4	2.6350E-3	1.6099E-1	1.3246E-5
ZDT3	2.4783E-3	4.7375E-3	2.5217E-1	6.1315E-4
	1.2746E-4	2.4168E-3	1.5639E-2	1.1801E-5
ZDT4	5.1635E-2	3.1636E-1	8.5432E+1	7.8551E-3
	1.3281E-3	2.3033E-1	9.0382E-1	7.0447E-3
ZDT6	7.5818E-2	5.3653E-3	7.4433E-1	1.2190E-4
	6.0797E-3	1.7857E-3	3.2337E-2	5.3430E-5

从表 1 和 2 可以看出,在收敛度方面,MHS-EDA 算法对六个测试函数得到的收敛度指标优于其他三种算法;在分散度方面,除 ZDT6 劣于 MEDA 算法外,对其他五个测试函数得到的

分散度指标优于其他三种算法。从图 1~6 的仿真对比实验同样验证了 MHS-EDA 算法的优越性。

表 2 四种算法对六个测试函数分散度指标的统计结果

Algorithm	NSGA-II	MEDA	MHSA	MHS-EDA
KUR	0.434041	0.36309	0.93595	0.25692
	1.8178E-2	6.7982E-2	1.3547E-2	2.0926E-2
ZDT1	0.50429	0.29644	0.89651	0.20318
	3.9251E-2	1.0850E-1	1.7561E-2	2.7041E-2
ZDT2	0.48775	0.25548	0.76589	0.19124
	2.7686E-2	3.9364E-1	1.6537E-2	2.3942E-2
ZDT3	0.59025	0.35288	0.97583	0.25528
	3.0439E-2	5.5040E-2	8.7776E-2	4.0835E-2
ZDT4	0.37524	0.99828	0.96530	0.36485
	2.4448E-2	7.2505E-2	5.1894E-2	1.3447E-1
ZDT6	0.48611	0.26453	0.96424	0.34641
	3.6054E-2	1.7743E-2	1.9859E-1	3.8019E-2

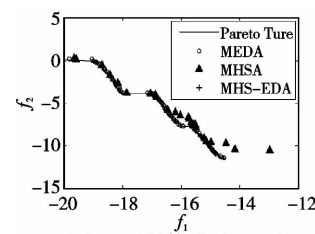


图 1 三种算法对 KUR 的仿真实验对比

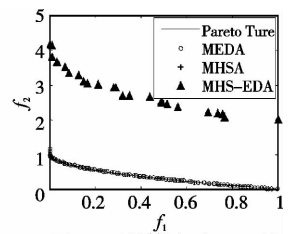


图 2 三种算法对 ZDT1 的仿真实验对比

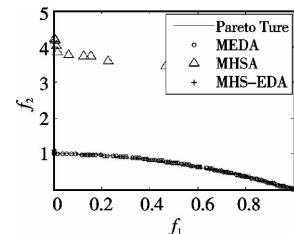


图 3 三种算法对 ZDT2 的仿真实验对比

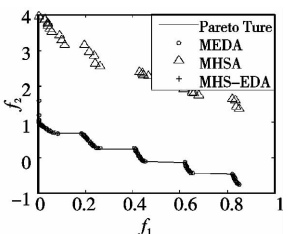


图 4 三种算法对 ZDT3 的仿真实验对比

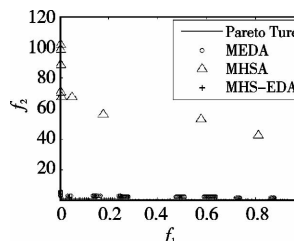


图 5 三种算法对 ZDT4 的仿真实验对比

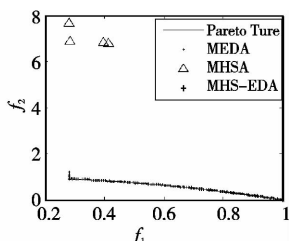


图 6 三种算法对 ZDT6 的仿真实验对比

7 结束语

针对基本和声搜索算法的随机性较大、稳定性不高,且搜索没有方向性的缺点,直接将其应用于多目标优化不能取得较好的效果,于是将分布估计算法引入到和声搜索算法。数值实验和仿真结果验证了 MHS-EDA 算法能够高效稳定地收敛到 Pareto 最优前沿,获得分布均匀的 Pareto 最优解集,是一种有效的多目标进化算法。

参考文献:

- [1] 玄光男,程润伟. 遗传算法与工程优化[M]. 于歆杰,周根贵,译. 北京:清华大学出版社,2004.
- [2] DEB K, PRATAP A, AGARWAL S, et al. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm: NSGA-II[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(2): 182-197. (下转第 1665 页)

(上接第 1661 页)

- [3] WANG Yao-nan, WU Liang-hong, YUAN Xiao-fang. Multi-objective self-adaptive differential evolution with elitist archive and crowding entropy-based diversity measure[J]. *Soft Compute*, 2010, 14(10): 193-209.
- [4] ZHANG Qing-fu, ZHOU Ai-min, JIN Yao-chu. RM-MEDA: a regularity model based multiobjective estimation of distribution algorithm [J]. *IEEE Trans on Evolutionary computation*; 2007, 12(1): 41-63.
- [5] GONG Mao-guo, JIAO Li-cheng, DU Hai-feng, *et al.* Multi-objective immune algorithm with non-dominated neighbor-based selection[J]. *Evolutionary Computation*, 2008, 16(2): 225-255.
- [6] GEEM Z W, KIM J H, LOGANATHAN G V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search[J]. *Simulation*, 2001, 76(2): 60-80.
- [7] 高立群, 葛延峰, 孔芝, 等. 自适应和声粒子群搜索算法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(7): 1101-1104.
- [8] 皱德旋, 高立群, 吴沛锋, 等. 一种全局和声搜索算法及在 PID 控制中的应用[J]. *东北大学学报*, 2010, 31(11): 1534-1537.
- [9] 韩红燕, 潘全科, 梁静. 改进的和声搜索算法在函数优化中的应用[J]. *计算机工程*, 2010, 36(13): 245-247.
- [10] MAHDAVI M, FESANGHARY M, DAMANGIR E. An improved harmony search algorithm for solving optimization problem[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 188(2): 1567-1579.
- [11] 刘思远, 柳景青. 一种新的多目标改进和声搜索优化算法[J]. *计算机工程与应用*, 2010, 46(34): 27-30.
- [12] MUHIENBEIN H, PAAß G. From recombination of genes to the estimation of distributions I: binary parameters[M]. Berlin: Springer Verlag, 1996: 178-187.
- [13] 王雪松, 郝明林, 程玉虎, 等. 一种多目标优化问题的混合算法[J]. *系统仿真学报*, 2009, 21(16): 4980-4985.
- [14] ZHOU Ai-min, JIN Yao-chu, ZHANG Qing-fu. *et al.* Combining model-based and generics-based offspring generation for multi-objective optimization using a convergence criterion[C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. New York: IEEE, 2006: 3234-3241.