

一类广义不确定时滞系统的鲁棒容错控制

郑再东, 崔宝同

(江南大学 物联网工程学院, 江苏 无锡 214122)

摘 要: 为了保证系统的稳定性和解决系统执行器失效的问题, 针对一类线性广义时滞不确定系统, 研究了在有记忆状态反馈作用下和执行器失效情况下的鲁棒容错控制问题。在采用具有更广泛意义的执行器故障模型下, 给出了线性不确定时滞广义系统对执行器故障保持渐近稳定并且满足给定干扰衰减指标的鲁棒控制器的存在条件和设计方法。仿真结果验证了该方法的可行性和正确性。

关键词: 时滞广义系统; 容错控制; 有记忆状态反馈; 执行器失效; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)04-1329-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.04.035

Robust fault-tolerant control for a class of uncertain singular systems with time-delay

ZHENG Zai-dong, CUI Bao-tong

(School of Internet of Things Engineering, Jiangnan University, Wuxi Jiangsu 214122, China)

Abstract: In order to improve the reliability of the control system and to solve the actuator failures problem, this paper discussed the problem of robust fault-control for a class of uncertain time-delay singular systems with memory state feedback. It adopted a more general fault model of actuator failures, and gave the sufficient condition for robust fault-tolerant control in existence so that the systems could keep asymptotically stable against actuator failures and satisfy disturbance attention index prescribed. The simulation results verify the effectiveness and feasibility of the proposed approach.

Key words: singular time-delay systems; fault-tolerant control; memory state feedback; actuator failures; linear matrix inequality

近年来, 广义系统在电网、经济、航天和生物工程等领域得到了广泛应用, 并吸引了大量学者从事这方面的研究。由于意外因素的影响, 广义系统出现故障也是不可避免的, 因此在实际系统的设计过程中必须考虑系统的容错性^[1]。目前针对广义系统进行容错控制研究已成为一个热点问题, 并已有不少的研究成果^[2-6]。然而, 这些文献中采用的大多是无记忆反馈控制器, 虽然其具有易实现的优点, 但引入了系统的过去状态信息。有记忆状态反馈控制器比无记忆状态反馈控制器具有更好的性能和较小的保守性。文献[7]研究了一类离散广义时滞系统在有记忆状态反馈作用下和执行器失效情况下的鲁棒容错控制问题, 但没考虑不确定性对系统的影响。文献[8]基于有记忆的状态反馈控制器, 研究了一类非线性广义系统的容错问题, 但未考虑系统的鲁棒性。

本文针对一类广义不确定时滞系统, 考虑采用有记忆状态反馈控制器和具有更广泛意义的执行器增益故障模型, 给出了一种鲁棒容错控制器的设计方法。采用本文的设计方法不仅能保证闭环系统渐近稳定, 而且能满足给定的 H_∞ 干扰衰减指标。

1 问题描述

考虑如下广义系统:

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (A_d + \Delta A_d)x(t-d(t)) + \\ (B + \Delta B)u(t) + G\omega(t) & t \geq 0 \\ z(t) = Cx(t) & t \geq 0 \\ x(t) = \varphi(t) & t \in [-\bar{d}, 0] \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in R^n$ 是系统的状态向量; $u(t) \in R^m$ 为控制输入; $\omega(t) \in L_2^p[0, \infty)$ 为平方可积的外部干扰; $z(t) \in R^q$ 是被控输出; $\varphi(t)$ 是相容初始条件; $d(t)$ 表示时变时滞且满足 $0 \leq d(t) \leq \bar{d}$, $\dot{d} \leq \eta < 1$; E, A, A_d, B, C, G 是适当维数的常数矩阵, 且 $\text{rank}(E) = r \leq n$; $\Delta A, \Delta A_d, \Delta B$ 为不确定项, 具有如下形式

$$[\Delta A \quad \Delta A_d \quad \Delta B] = H F(t) [E_a \quad E_d \quad E_b] \quad (2)$$

其中: H, E_a, E_b, E_d 是适当维数的常数矩阵, $F(t)$ 为未知时变矩阵且满足 $F^T(t)F(t) \leq I$ 。

考虑有记忆的状态反馈控制律为

$$u(t) = K_1 x(t) + K_2 x(t-d(t)) \quad (3)$$

对于输入 $u = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$, 用 u_i^F 表示故障信号, 其模型为

$$u_i^F = m_i u_i \quad i = 1, 2, \dots, n$$

并且 $0 \leq \underline{m}_i \leq m_i \leq \bar{m}_i \leq 1$ 。

令 $u^F = [u_1^F, u_2^F, \dots, u_n^F]^T$, 于是有

$$u^F(t) = M u(t), M = \text{diag}(m_1, m_2, \dots, m_n) \quad (4)$$

其中: u_i^F 为第 i 个失效执行器发出的信号, u^F 为失效执行器发出的信号。 $\bar{m}_i$ 和 $\underline{m}_i$ 分别表示 m_i 的上界和下界。特别地, 当 $\bar{m}_i = \underline{m}_i = 0$ 时, 则第 i 个执行器完全损耗; 当 $\bar{m}_i = \underline{m}_i = 1$ 时, 则第 i 个执行器无损耗; 当 $0 < \bar{m}_i \leq m_i \leq \underline{m}_i = 0$ 时, 则第 i 个执行器部分损耗。

当系统中出现执行器增益故障时, 含有记忆状态反馈控制器为

收稿日期: 2011-09-15; 修回日期: 2011-10-24

作者简介: 郑再东(1988-), 男, 山东枣庄人, 硕士研究生, 主要研究方向为鲁棒控制、容错控制(zhengzaidong@sina.com); 崔宝同(1960-), 男, 山东淄博人, 教授, 博导, 主要研究方向为复杂系统控制理论与应用。

$$u(t) = MK_1 x(t) + MK_2 x(t-d(t)) \quad (5)$$

则系统式(1)的故障闭环系统为

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = (A_e + \Delta A_e)x(t) + (A_{de} + \Delta A_{de})x(t-d(t)) + G\omega(t) \\ z(t) = Cx(t) \\ x(t) = \varphi(t) \quad t \in [-\bar{d}, 0] \end{cases} \quad (6)$$

其中: $A_e = A + BMK_1$, $\Delta A_e = \Delta A + \Delta BMK_1$, $A_{de} = A_d + BMK_2$, $\Delta A_{de} = \Delta A_d + \Delta BMK_2$ 。

系统式(1)的无控制标称系统为

$$\begin{cases} E\dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t-d) + G\omega(t) \\ z(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (7)$$

定义1^[9] 如果存在正定对称矩阵 Q 和矩阵 P 满足

$$E^T P = P^T E \geq 0$$

$$P^T A + A^T P + Q + P^T A_d Q^{-1} A_d^T P < 0$$

则称系统式(1)的无控制标称系统式(7)广义二次稳定。

定义2^[10] a) 矩阵束 (E, A) 是正则的, 如果存在标量 s 使得 $\det(sE - A) \neq 0$; b) 矩阵束 (E, A) 是无脉冲的, 如果 $\deg(\det(sE - A)) = \text{rank } E$ 。

注: 如果系统广义二次稳定, 则系统必是稳定、正则、无脉冲的。

定义3 考虑广义系统式(1), 如果存在有记忆的状态反馈控制器式(3)使得闭环故障系统式(6)正则、无脉冲、鲁棒内稳定, 且在零初始条件下对任意 $\omega(t) \in L_2^p[0, \infty) \neq 0$ 有 $\|T_{uz}(s)\| \leq \gamma$, 即 $\|z\|_2 \leq \gamma \|\omega\|_2$, 则称控制器式(3)为广义系统式(1)的鲁棒 H_∞ 容错控制器。

本文的主要目的是: 设计系统式(1)的形如式(3)的有记忆状态反馈控制器, 使得闭环故障系统式(6)是鲁棒稳定的, 且具有 H_∞ 范数有界 γ 。其中 $\gamma > 0$ 是预先给定的常数。

2 主要结果

引理1^[11] 对于任意适当维数矩阵 X, Y , 及正常数 $\alpha > 0$, 则有

$$X^T Y + Y^T X \leq \alpha X^T X + \alpha^{-1} Y^T Y$$

引理2^[12] 给定适当维数的矩阵 H, E 和对称矩阵 $Y, R \geq 0$ 。 F 为时变适维矩阵, 对于所有满足 $F^T \cdot F \leq R$, 使得 $Y + HFE + E^T F^T H^T < 0$ 成立的充要条件是存在一个标量 $\varepsilon > 0$, 使下式成立。

$$Y + \varepsilon HH^T + \varepsilon^{-1} E^T R E < 0$$

引理3^[13] 给定常数 $\gamma > 0$, 如果存在可逆矩阵 P 和对称矩阵 $Q > 0$, 使得

$$E^T P = P^T E \geq 0$$

$$P^T A + A^T P + Q + P^T A_d Q^{-1} A_d^T P + C^T C + \frac{1}{\gamma^2} P^T B_1 B_1^T P < 0$$

则无控制标称系统式(7)是正则、无脉冲且稳定的, 同时满足 $\|T_{uz}(s)\| \leq \gamma$ 。

定理1 对于含有执行器故障的线性时滞不确定系统式(1)及给定的干扰衰减指标 $\gamma > 0$, 如果存在正定矩阵 X, Y, Z , 对称矩阵 $\bar{Q} > 0$ 和正标量 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ 满足下列不等式

$$EX^T = XE^T \geq 0 \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} T & N & XC^T & Y^T M^T E_3^T & XE_1^T & 0 \\ N^T & -\bar{Q} & 0 & 0 & 0 & L \\ CX^T & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ E_3 MY & 0 & 0 & -\varepsilon_2 I & 0 & 0 \\ E_1 X & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 I & 0 \\ 0 & L^T & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_3 I \end{bmatrix} < 0 \quad (9)$$

则闭环系统式(6)渐近稳定且具有 H_∞ 范数界 γ , 并且当上述矩阵不等组有解时, 一个所求的鲁棒 H_∞ 容错控制器为

$$u(t) = YX^{-T}x(t) + ZX^{-T}(t-d(t)) \quad (10)$$

其中:

$$T = XA^T + AX + BMY + Y^T M^T B + \bar{Q} + \sum_{i=1}^3 HH^T + \gamma^{-2} GG^T$$

$$N = A_d X^T + BMZ, L = XE_2 + Z^T M^T E_3^T$$

证明 由定义1和引理3可得

$$(A + \Delta A + BMK_1 + \Delta BMK_1)^T P + P^T (A + \Delta A + BMK_1) + Q + P^T (A_d + \Delta A_d + BMK_2 + \Delta BMK_2)$$

$$Q^{-1} (A_d + \Delta A_d + \Delta BMK_2)^T + C^T C + \gamma^{-2} P^T GG^T P < 0 \quad (11)$$

再由引理1

$$\Delta A^T P + P^T \Delta A = (HFE_1)^T P + P^T (HFE_1)^T \leq$$

$$\varepsilon_1 P^T HH^T P + \varepsilon_1^{-1} E_1^T E_1 \quad (12)$$

$$(\Delta BMK_1)^T P + P^T (\Delta BMK_1) \leq$$

$$\varepsilon_2^{-1} K^T M^T E_3^T MK + \varepsilon_2 P^T HH^T P \quad (13)$$

利用 Schur 补引理, 式(11)等价于

$$\begin{bmatrix} T_1 & P^T A & C^T & K_1 M^T E_3^T & E_1^T \\ \bar{A}^T & -(1-\eta)Q & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & -I & 0 & 0 \\ E_3 MK_1 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 & 0 \\ E_1 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

其中:

$$T_1 = A^T P + P^T A + (BMK_1)^T P + P^T BMK_1 + Q + \gamma^{-2} P^T GG^T P +$$

$$(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) P^T HH^T P$$

$$\bar{A} = A_d + HFE_2 + BMK_2 + HFE_3 MK_2$$

令

$$M = \begin{bmatrix} T & N_1 & C^T & K_1 M^T E_3^T & E_1^T \\ N_1^T & -Q & 0 & 0 & 0 \\ C & 0 & -I & 0 & 0 \\ E_3 MK_1 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 & 0 \\ E_2 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_3 \end{bmatrix}$$

$$N_1 = P^T A_d + BMK_2$$

式(14)等价于

$$M + \begin{bmatrix} 0 & N_2 & 0 & 0 & 0 \\ N_2^T & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \quad (15)$$

$$N_2 = P^T HF(E_2 + E_3 MK_2)$$

根据引理2, 式(12)成立, 当且仅当存在常数 $\varepsilon_3 > 0$ 使得

$$M + \varepsilon_3 [H^T P 0 0 0 0]^T [H^T P 0 0 0 0] +$$

$$\varepsilon_3^{-1} [0 E_d 0 E_b H_1 0 0]^T [0 E_d 0 E_b H_1 0 0] < 0 \quad (16)$$

再次利用 Schur 补引理并进行简单计算, 式(16)等价于

$$\begin{bmatrix} T_2 & N_3 & C^T & K_1 M^T E_3^T & E_1^T & 0 \\ N_3^T & -(1-\eta)Q & 0 & 0 & 0 & L_1 \\ C & 0 & -I & 0 & 0 & 0 \\ E_3 MK_1 & 0 & 0 & -\varepsilon_2 & 0 & 0 \\ E_1 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_1 & 0 \\ 0 & L_1 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_3 \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

其中:

$$T_2 = (A + BMK_1)^T P + P^T (A + BMK_1) +$$

$$Q + \gamma^{-2} P^T GG^T P + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) P^T HH^T P$$

$$N_3 = P^T(A_d + BMK_2), L_1 = (E_2 + E_3MK_2)^T$$

对不等式(17)分别左乘和右乘矩阵 $\text{diag}\{P^{-T} P^{-T} I I I I\}$, $\text{diag}\{P^{-1} P^{-1} I I I I\}$, 并令 $X^T = P^{-1}$, $W = KP^{-1}$, $Q = P^{-T}QP^{-1}$, 则矩阵不等式(17)与线性矩阵不等式(11)等价。又因为 X 可逆, 所以控制器增益 $K_1 = YX^{-T}$, $K_2 = ZX^{-T}$, 进而鲁棒 H_∞ 容错控制器为 $u(t) = YX^{-T}x(t) + ZX^{-T}(t-d(t))$ 。定理得证。

推论 1 对于系统式(1)中所有允许的不确定性和故障矩阵 M , 由定理 1 可知, 若以下的优化问题

$$\min_{\gamma} (X, Y, Z, \varepsilon_i, \gamma) \text{ s. t. LMIs (8) \& (9)}$$

有一个最小值 $\gamma_{\min}$ 和一组可行解 (X^*, Y^*, Z^*) , 则 $u(t) = Y^* X^{*-T}x(t) + Z^* X^{*-T}(t-d(t))$ 是系统式(1)的鲁棒容错最优 H_∞ 控制器, 相应的最小衰减干扰指标是 $\gamma_{\min}$ 。

3 仿真设计

考虑不确定线性时滞广义系统式(1), 其参数如下:

$$E = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -0.9 & -0.3 \\ -0.6 & -0.8 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.4 \\ 0.2 & -0.5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, G = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, H = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, E_a = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$E_d = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.1 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix}, E_b = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 \\ 0.2 & 0.1 \end{bmatrix}, \gamma = 0.8, \eta = 0.4$$

考虑执行器故障矩阵 $M = \text{diag}[0.8 \quad 0.5]$, 利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱, 求解可得

$$X = \begin{bmatrix} 0.2816 & 0.0482 \\ 0.0482 & 0.0682 \end{bmatrix}, \bar{Q} = \begin{bmatrix} 1.3426 & 0.0072 \\ 0.0072 & 1.5251 \end{bmatrix}$$

进一步求得

$$K_1 = YX^{-1} = \begin{bmatrix} -0.4746 & -34.3840 \\ -16.7746 & 56.8511 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = ZX^{-1} = \begin{bmatrix} 0.0777 & 0.3769 \\ -0.6053 & -0.1220 \end{bmatrix}$$

当系统初始条件为 $x(0) = [1, 1]^T$, 对执行器在故障 $M = \text{diag}(0.8, 0.5)$ 情形下, 其状态 x_1 和 x_2 的零输入响应曲线分别如图 1、2 所示。图中, 曲线 1 为执行器正常时系统的零输入响应, 曲线 2 为执行器发生 M 故障时状态 x_1 和 x_2 的零输入响应。从仿真结果可以看出, 系统在含有执行器故障时仍可能是渐近稳定的, 说明本文提出的方法是有效的。

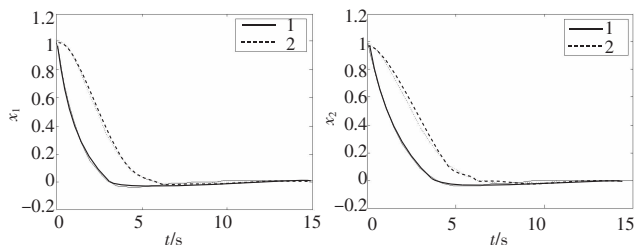


图 1 状态 x_1 的零输入响应

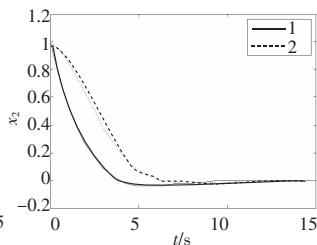


图 2 状态 x_2 的零输入响应

4 结束语

本文基于 Lyapunov 稳定性理论, 研究了一类广义时滞不确定系统在有记忆状态反馈作用下的鲁棒 H_∞ 容错控制问题, 同时考虑了系统对外部干扰信号抑制能力的性能指标, 给出了在执行器增益故障情况下系统仍能渐近稳定的充分条件。仿真结果表明, 该方法计算简便, 可以方便求得鲁棒容错控制器, 且控制器有很好的鲁棒性和容错性。

参考文献:

- [1] 陈跃鹏, 周祖德. 广义系统的鲁棒控制与容错控制[M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [2] 陈跃鹏, 周祖德, 刘焕彬, 等. 离散广义系统具有完整性的鲁棒二次稳定[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(1): 14-18.
- [3] CHEN Yue-peng, ZHANG Qing-ling. Integrity controller design for descriptor systems[J]. International Journal of Information and Systems Sciences, 2005, 1(3-4): 355-363.
- [4] YAO Li-na, WANG Hong. Design of a fault diagnosis scheme for a class of singular nonlinear systems[J]. Journal of Control Theory and Applications, 2008, 6(2): 122-126.
- [5] 张爱清, 方华京. 时滞不确定广义系统的鲁棒 H_∞ 容错控制[J]. 自动化技术与应用, 2007, 26(5): 16-19.
- [6] 陶洪峰, 胡寿松. 模糊广义时滞系统的鲁棒集成容错控制器设计[J]. 南京航空航天大学学报, 2009, 41(3): 397-402.
- [7] 张显, 段广仁. 离散广义线性时滞系统的有记忆状态反馈 H_∞ 容错控制[J]. 黑龙江大学自然科学学报, 2008, 25(5): 561-568.
- [8] QIU Ji-qing, GUO Yu-ming, ZHAO Yan-chun, et al. Fault-tolerant control for a class of nonlinear uncertain singular systems[C]//Proc of International Conference on Web Information System and Mining. Washington DC: IEEE Computer Society, 2010: 391-395.
- [9] XU Sheng-yan, DOOREN P V, STEFAN R, et al. Robust stability and stabilization for singular systems with state delay and parameter uncertainty[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2002, 47(7): 1122-1128.
- [10] DAI L Y. Singular control systems[M]. New York: Springer-Verlag, 1989: 332.
- [11] ZHOU Ke-min, KHARQONEKAR P P. Robust stabilization of linear systems with norm-bounded time varying uncertainty[J]. Systems and Control Letters, 1998, 10(1): 17-20.
- [12] XIE Li-hua, FU Ming-yue, DE SOUZA C E. H_∞ control and quadratic stabilization of systems with parameter uncertainty via output feedback[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1992, 37(8): 1253-1256.
- [13] 舒伟仁, 张庆灵. 时滞广义系统的状态反馈 H_∞ 控制[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(12): 1871-1875.

(上接第 1288 页)

- [5] GEORGE T, VICKY P. A generalized vector space model for text retrieval based on semantic relatedness[C]//Proc of the 12th Conference of the European Chapter of the Association for Computational Linguistics; Student Workshop. NJ: Association for Computational Linguistics, 2009: 70-78.
- [6] DEERWESTER S, DUMAIS S T, FURNAS G W, et al. Indexing by latent semantic analysis[J]. Journal of the American Society for Information Science, 1990, 41(6): 391-407.
- [7] 王俊英. 基于科技文献的中文文本分类算法研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2007.

- [8] 吴勤. 基于引证强度的学术论文质量评价方法研究[J]. 情报学报, 2007, 26(4): 522-526.
- [9] 胡德华, 常小婉. 开放存取期刊论文质量和影响力的评价研究[J]. 图书情报工作, 2008, 52(2): 61-64.
- [10] 张光前, 刘欣, 冯永琴. 基于阅读价值的科技文献排序方法研究[J]. 情报学报, 2009, 28(6): 177-241.
- [11] 顾端武. 面向知识服务的智能推荐系统研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2010.
- [12] 中国科学院中文分词工具(CTCLAS)[EB/OL]. <http://ictclas.org/>.