

水平集在图像分割中的应用研究*

王芳梅¹, 范虹¹, 王凤妮²

(1. 陕西师范大学 计算机科学学院, 西安 710062; 2. 边防学院 信息化研究实验室, 西安 710108)

摘 要: 水平集方法的诞生有效解决了以前算法不能解决的在曲线演化过程中的拓扑变化问题,其核心是利用水平集这一数学理论来对能量函数进行极小值求解的曲线演化过程,通过求解极小值最终获取目标轮廓从而达到图像分割的目的。为了解决不同应用领域的图像处理问题,各种相应的基于水平集方法的图像分割算法已被提出,大量的研究者仍在不断地改进和提高这些算法的效率和有效性。对现有的用于部分图像分割的水平集方法进行了综述,主要介绍传统水平集方法、无重新初始化水平集方法、连续水平集方法以及最近相关的改进方法,并简要讨论了各种方法的优缺点以及应用情况,最后指出了水平集方法进一步研究的方向。

关键词: 图像分割; 水平集; 主动轮廓模型; C-V 模型; 罚函数; B-样条; 2 维拉格朗日基函数

中图分类号: TP391.72 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)04-1207-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.04.002

Survey on application of level set in image segmentation

WANG Fang-mei¹, FAN Hong¹, WANG Feng-ni²

(1. School of Computer Science, Shaanxi Normal University, Xi'an 710062, China; 2. Information Research Laboratory, Border Defense Academy, Xi'an 710108, China)

Abstract: The level set method effectively solve the problem of topology changes in curve evolution that the other algorithms can't solve. The core of the method is to use the mathematical theory of level set to solve the minimal value of energy function, then get the target contour. In order to solve image processing problem of different fields, there have proposed various relevant solutions based on level set method, and a large number of researchers will continue to improve and enhance the efficiency and effectiveness of the algorithms. This paper presented an overview of existing methods about level set used to partial image segmentation, mainly introduced the traditional level set method, level set method without reinitialization, continuous level set method, and recent related improving methods. And it briefly discussed the advantages and application of various methods. At last, it pointed out the further research direction of methods.

Key words: image segmentation; level set; active contour model; C-V model; penalty function; B-spline; two-dimension Lagrange basis function

图像分割在图像工程中占据着重要的位置,它是图像处理和图像分析的关键步骤,从 20 世纪 70 年代起步至今,已经出现了很多基于不同理论(如神经网络、模糊理论、群智能算法)的图像分割方法。1987 年, Kass 等人^[1]提出了主动轮廓模型的理论并将参数主动轮廓模型^[2,3]应用于图像分割,它是用显式参数化的形式表达曲线,一般采用曲线演化的偏微分方程来逼近目标,其数值实现方法是用 Lagrange 坐标下的显式来表示,但其存在的缺点是曲线演化方程始终在时刻变化的坐标系中,因此很难处理演化中拓扑结构变化的问题。如果借用水平集方法^[4,5]数值求解,则能够很好地处理曲线演化中拓扑结构自适应变化的问题。

水平集(level set)方法是 1988 年由 Osher 等人^[5]首次提出,借鉴一些流体中的重要思想,有效地解决了闭合曲线随时间发生形变中几何拓扑变化的问题,并且避免了跟踪闭合曲线演化过程,将曲线演化转换成一个纯粹的偏微分方程(PDE)求解的问题,使得计算稳定,可用于任意维数空间。随后, Osher 等人^[6,7]对水平集算法作出扩展和总结, Giga 也作了相关的理论扩展^[8]。本质上讲,用水平集来解决图像分割问题,就是将其与

活动轮廓模型相结合,用水平集方法来求解这些模型得到的 PDE,属于边缘检测的分割方法。本文将根据水平集的发展历史总结一些主要的水平集方法,并概要地介绍相关的应用情况。

1 传统水平集方法

水平集方法是用于演化曲线或曲面作为零水平集嵌入到高一维的水平集函数中,通过演化这个更高维函数,达到隐式演化嵌入其中的零水平集的目的。以二维水平集方法为例,演化曲线是一个平面闭合曲线 C ,在水平集方法中,这条曲线被隐含地表达为三维连续函数 $\varphi(x, y, t)$ 在某一时刻有相同函数值的等值曲线,通常取集合 $\{\varphi = 0\}$,称为零水平集, $\varphi(x, y, t)$ 则称为水平集函数。关于水平集的具体表示,首先定义符号距离函数(SDF)(图 1):

$$\varphi(x, t) = 0 = \pm d \quad (1)$$

其中: d 表示点 x 到初始闭合曲线 $C(t=0)$ 的最短距离,其符号取决于点 x 在曲线的内部还是外部,通常是内正外负。

其次,水平集表达式可被表示为

$$\partial\varphi/\partial t = V(k, I) |\nabla\varphi| \quad (2)$$

收稿日期: 2011-10-18; 修回日期: 2011-11-26 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60873119)

作者简介: 王芳梅(1986-),女,硕士研究生,主要研究方向为图像处理、模式识别;范虹(1969-),女,副教授,硕士,主要研究方向为图像处理、模式识别(fanhong@snnu.edu.cn);王凤妮(1973-),山西人,讲师,硕士,主要研究方向为智能信息处理。

其中: $V(k, I)$ 是与图像 $I(x, y)$ 的灰度值以及轮廓曲线曲率 k 有关的速度项, $\nabla = [\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}]$ 为梯度算子。

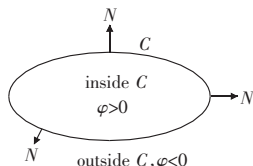


图 1 符号距离函数符号取值示意图

1.1 主动轮廓模型

水平集最早应用于 Snake 模型(主动轮廓模型^[21]),其基本思想是使初始曲线在一系列的外部约束力和图像内在能量的相互作用下进行演化,直至它满足一定的收敛条件而停止在图像的边缘,实现图像的分割。Snake 模型原理是:

$$J_1(C) = \alpha \int_0^1 |C'(s)|^2 ds + \beta \int_0^1 |C''(s)|^2 ds - \lambda \int_0^1 |\nabla u_0(C(s))|^2 ds \quad (3)$$

其中,前两项是控制轮廓的平滑性,属于内部能量,最后一项是控制分割物体周围轮廓的,属于外部能量。当梯度 $|\nabla u_0(C(s))|$ 达到最大值时完成图像分割。在水平集的几何主动轮廓模型^[9]中,水平集曲线演化方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = g(|\nabla u_0|) |\nabla \varphi| (\operatorname{div}(\frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|}) + v) \\ \varphi(0, x, y) = \varphi_0(x, y) \end{cases} \quad (4)$$

用水平集方法处理曲线演化问题时,不需要直接计算曲线演化后的表达式,而是按照一定的规律在平面坐标上更新水平集函数,再求出零水平集的位置,即为演化后的曲线所在位置及形状。在水平集方法的基础上很多学者提出了多种快速算法,如 Adalsteinsson 等人^[10]提出了窄带法, Sethian^[11]提出了快速推进法, Zhao^[12]提出了快速扫描法等,这些方法不同程度地减小了计算量,提高了效率。Caselles 和 Malladi 等人^[13-15]应用了依据曲线曲率等定义的速度函数作用下演化到图像边缘的水平集方法,随后很多学者^[16,17]在 Caselles 等人的工作基础上进行了改进。Snake 模型基于图像局部信息定义外力,使其对初始轮廓线存在一定的敏感性,而且对于有凹形边缘的目标检测效果并不理想。而基于梯度信息的 Snake 克服了这些缺点。两种方法分割图像的结果对比如图 2 和 3 所示。



图 2 Snake 方法分割结果



图 3 基于梯度信息的 Snake 方法分割结果

1.2 C-V 模型

Caselles 等人应用能量函数最小化的方法,一定程度上解决了依赖梯度判定演化的问题。Chan 等人^[18]在 Mumford-Shah 模型^[19]基础上提出了 C-V 模型,它们不再依赖图像梯度信息,而是基于区域特征的水平集方法。定义基于区域特征的水平集模型即 C-V 模型为

$$F(c_1, c_2, C) = \lambda_1 \int_{\Omega_{\text{int}}} |u_0(x, y) - c_1|^2 dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega_{\text{out}}} |u_0(x, y) - c_2|^2 dx dy + \mu \operatorname{length}(C) + \nu \operatorname{area}(\Omega_{\text{int}}) \quad (5)$$

其中: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0; \mu \geq 0$ 和 $\nu \geq 0$ 是固定实参数; c_1, c_2 分别为曲线内部和外部灰度平均值。水平集函数 φ 定义为^[19]

$$C = \{\varphi(x, y) = 0\}, \Omega_{\text{int}}: \varphi(x, y) > 0, \Omega_{\text{out}}: \varphi(x, y) < 0 \quad (6)$$

目前,杨名字等人^[20]已经将结合邻域信息的 C-V 模型应用在了包含灰度异质区域的图像分割上。熊思^[21]将 C-V 模型应用在了乳腺 X 影像分割中。基于区域特征的水平集方法克服了传统水平集方法对边缘模糊的图像甚至边缘不连续的图像不能得到很好的分割结果的缺点。图像分割结果对比如图 4 和 5 所示。然而大部分的水平集方法^[22,23]都需要重新初始化水平集函数为一个符号距离函数。



图 4 传统水平集方法分割结果

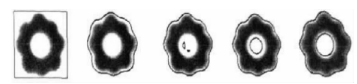


图 5 基于 C-V 模型的水平集方法分割结果

2 无重新初始化水平集方法

重新初始化保证了水平集函数在演化过程中的规则性以及稳定性,但是何时以及怎样实现初始化是一个难题,最重要的是重新初始化会使零水平集偏离目标位置^[7,24]。因此, Li 等人^[25,26]提出了无重新初始化水平集方法。

Li 等人在文献^[25]中定义内部能量函数,加入了罚函数:

$$P(\varphi) = \int_{\Omega} \frac{1}{2} (|\nabla \varphi| - 1)^2 dx dy \quad (7)$$

其中: $\Omega \in \mathbb{R}^2$, 该函数用于度量水平集函数 φ 是否接近符号距离函数,从而不必再非周期性地重新初始化水平集函数,这是解决问题的关键所在。

外部能量函数定义为

$$E_{g, \lambda, v}(\varphi) = \lambda A_g(\varphi) + v B_g(\varphi) \quad (8)$$

其中: $\lambda > 0$ 和 v 是常数, $A_g(\varphi)$ 和 $B_g(\varphi)$ 定义如下:

$$A_g(\varphi) = \int_{\Omega} g \delta(\varphi) |\nabla \varphi| dx dy \quad (9)$$

$$B_g(\varphi) = \int_{\Omega} g H(-\varphi) dx dy \quad (10)$$

其中: δ 为 Dirac 函数, H 为 Heaviside 函数。 $A_g(\varphi)$ 用于计算曲线的长度, $B_g(\varphi)$ 则是用于加速曲线的演变。整个目标能量函数可以被定义:

$$E(\varphi) = \mu P(\varphi) + E_{g, \lambda, v}(\varphi) \quad (11)$$

最终得到水平集函数的迭代式如下:

$$\varphi_{i,j}^{k+1} = \tau L(\varphi_{i,j}^k) + \varphi_{i,j}^k \quad (12)$$

由于惩罚项在某些情况下会对水平集函数产生一些不可预期的负面影响,从而影响数值计算的精度。因此, Li 等人^[26]提出了距离正则化水平集方法。目标能量函数定义为

$$\varepsilon(\varphi) = \mu R_p(\varphi) + \varepsilon_{\text{ext}}(\varphi) \quad (13)$$

其中: $R_p(\varphi)$ 是水平集正则项, $\mu > 0$ 是常数, $\varepsilon_{\text{ext}}(\varphi)$ 是目标数据决定的外能。水平集正则项 $R_p(\varphi)$ 被定义为

$$R_p(\varphi) \triangleq \int_{\Omega} p(|\nabla \varphi|) dx \quad (14)$$

其中, p 是一个势函数:

$$p = p_1(s) \triangleq \frac{1}{2} (s - 1)^2 \quad (15)$$

因此,水平集正则项 $R_p(\varphi)$ 可以被进一步地表示为

$$R_p(\varphi) = \frac{1}{2} \int_{\Omega} (|\nabla \varphi| - 1)^2 dx \quad (16)$$

通过引入距离正则项,它可以自适应地约束水平集函数(LSF)的梯度级是它的最小值点中的一个,从而能够保证预期的 LSF 模型的稳定性,尤其是能自适应地保证符号距离函数近似于零水平集函数。因此,此项改进模型进一步保证了数值计算精度。2007—2008 年的许多文献^[27,28]都成功地运用将罚函数^[25]加入 C-V 模型的方法实现了对生物医学图像中目标轮

廓的提取。由于传统水平集方法不能进行曲线拓扑结构的分裂,对于多目标的图像分割不能得到很好的分割效果,而无重新初始化水平集方法克服了这一缺点。图像分割结果如图6和7所示。

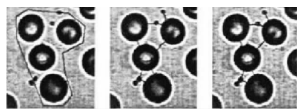


图6 传统水平集方法分割结果

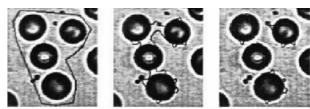


图7 无重新初始化水平集方法分割结果

3 连续水平集方法

在图像分割领域中,基于离散化水平集的图像分割方法不但对低信噪比图像难以实现正确的分割,而且分割速度较慢。针对这一问题,Olivier等人^[29]提出了一种利用二维三阶B-样条基函数把水平集函数表示成连续形式的图像分割方法,并且将其应用在了酵母荧光显微图、螺旋图像纹理图、欧洲灯光夜景图等的分割中。早先,Cremers等人^[30]将主动轮廓模型简化成二次B-样条是为了在Mumford-Shah模型中引入几何统计知识;Debreuve等人^[31]将B-样条用于基于梯度信息的水平集演化中是为了约束变换域。随后,Morse和Gelas等人^[32,33]提出连续水平集思想,其连续性都是利用基于径向基函数(RBF)来求解水平集PDE的方法来表示的。而Olivier等人是通过基于初始水平集函数并将其投影到B-样条空间求解能量函数极小值的方法来实现连续水平集的。

通过B-样条基函数的线性组合来定义水平集函数为

$$\varphi(X) = \sum_{k \in \mathbb{Z}^d} c[k] \beta^n\left(\frac{X}{h} - k\right) \quad (17)$$

其中: $\beta^n(\cdot)$ 是 d 维 n 阶B-样条的统一形式,B-样条函数值被固定在区域 Ω 的网格中, h 是基函数的空间步长, $c[k]$ 是B-样条基函数的系数集合。通过改变B-样条基函数的系数来实现能量函数的最小化,从而达到图像分割的目的。

Olivier等人提出的利用二维三阶B-样条基函数把水平集表示成连续形式的图像分割方法,虽然能够有效抑制噪声,但是其计算复杂度较高,因此,一种基于二维拉格朗日基函数的连续水平集方法^[34]被提出。拉格朗日插值是一种多项式插值法,它不但具有简单的基函数,而且在整数节点的系数值可以由该点处的函数值直接获取,对低信噪比图像分割结果如图8所示。

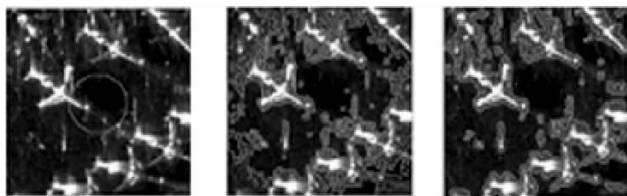


图8 连续水平集方法分割结果

4 展望

水平集算法实现图像分割是近年来图像分割方法研究的热点问题,也是难点问题,已被广泛应用于各个领域,特别是医学^[35]和航空领域。目前,研究者们都在研究进一步降低计算复杂度、提高算法速度和分割精确度的改进水平集方法。

本文所涉及的水平集方法都提出了特定能量函数,以及通过求解能量函数的最小值来达到分割的目的,但前提都是在曲

线内部所有像素点的灰度值均匀的情况下进行的。对于医学上应用比较广泛、灰度不均匀的磁共振图像,文中所介绍方法的分割效果均不是很理想,如图9和10所示为基于传统C-V的水平集方法和改进连续水平集方法对乳腺MR图像的分割效果。

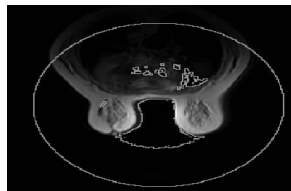


图9 基于传统C-V的水平集方法分割结果



图10 基于改进的连续水平集方法分割结果

通过本文研究,笔者认为目前的研究热点主要集中在以下几个方面:

a) 寻求新的理论和方法与水平集结合是在医学图像分割研究中的新趋势。在适合医学临床诊断的可行范围内,如何改进分割算法、提高各项关键性分割指标、构造出新的分割技术是医学图像分割研究的热点,也是可以直接为临床提供参考的应用型技术。

b) 对三维数据的医学图像直接进行分割是一项很有意义的工作。

c) 针对上述灰度不均匀MR图像分割存在的难点,并没有合适的方法去解决,也是本文没有涉及到的。因此,通过引入局部灰度聚类、偏磁场以及直接在建模中结合模糊聚类(FCM)方法实现医学图像分割是本文下一步要做的工作。

5 结束语

本文详细描述了传统水平集方法、无重新初始化水平集方法以及连续水平集方法的理论思想以及应用情况,并介绍了这些方法存在的问题。水平集方法是一种简单、精确、灵活的数值方法,具有很多优点,其中最主要的优势在于能够处理外形复杂、拓扑结构变化复杂的图像。基于梯度的水平集图像分割方法适用于梯度变化很大的图像;基于C-V模型的水平集图像分割方法适用于模糊程度较大的图像;无重新初始化水平集图像分割方法适用于边界复杂程度高、拓扑结构复杂的图像;连续水平集方法适用于低信噪比的图像。最后指出了方法的进一步研究方向,以期引起更多研究者对这一领域的关注,进而能够提出更具有学术价值和工程实用意义的改进方法。

参考文献:

- [1] KASS M, WITKIN A, TERZOPOULOS D. Snakes: active contour models[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1987, 1(4):321-331.
- [2] BRIGGER P, HOEG J, UNSER M. B-spline snakes: a flexible tool for parametric contour detection[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2000, 9(9):1484-1496.
- [3] PRECIOSO F, BARLAUD M. Smoothing B-spline active contour for fast and robust image and video segmentation[C]//Proc of International Conference on Image Processing. 2003:137-140.
- [4] YEZZI A, KICHENASSAMY S, KUMAR A, et al. A geometric Snakes model for segmentation of medical imagery[J]. *IEEE Trans on Medical Imaging*, 1997, 16(2):199-209.
- [5] OSHER S, SETHIAN J. Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on the Hamilton-Jacobi formulation[J]. *Jour-*

- nal of Computational Physics, 1988, 79(1):12-49.
- [6] OSHER S, SHU C W. High-order essentially nonoscillatory schemes for Hamilton-Jacobi equation[J]. *SIAM Journal of Numerical Analysis*, 1991, 28(4):907-922.
- [7] OSHER S, SETHIAN J A. Level set methods and dynamic implicit surfaces[M]. New York: Springer-Verlag, 2002:22-114.
- [8] GIGA Y. Surface evolution equation: a level set method[M]. [S. l.]: Birkhäuser Basel, 2002:56-85.
- [9] WASILEWSKI M. Active contours using level sets for medical image segmentation[D]. Waterloo: University of Waterloo, 2004.
- [10] ADALSTEINSSON D, SETHIAN A J. A fast level set method for propagating interfaces[J]. *Journal of Computational Physics*, 1995, 118(2):269-277.
- [11] SETHIAN J. Level set methods and fast marching methods[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [12] ZHAO Hong-kai. Fast sweeping method for Eikonal equations[J]. *Math Computation*, 2005, 74(9):603-627.
- [13] CASELLES V, CATTE F, COLL T, et al. A geometric model for active contours[J]. *Numerische Mathematik*, 1993, 66(1):1-31.
- [14] MALLADI R, SETHIAN J A, VEMURI B C. Evolutionary fronts for topology independent shape modeling and recovery[C]//Proc of the 3rd European Conference on Computer Vision. 1994:3-13.
- [15] MALLADI R, SETHIAN J A, VEMURI B C. Shape modeling with front propagation: a level set approach[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(2):158-175.
- [16] KIMMEL R, BRUCKSTEIN A M. Tracking level sets by level sets: a method for solving the shape from shading problem[J]. *Computer Vision and Image Understanding*, 1995, 62(2):47-58.
- [17] SAPIRO G, TANNENBAUM A. Area and length preserving geometric invariant scale-spaces[J]. *IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1995, 17(1):67-72.
- [18] CHAN T, VESE L. Active contours without edges[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2001, 10(2):266-277.
- [19] MUMFORD D, SHAH J. Optimal approximation by piecewise smooth functions and associated variational problems[J]. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, 1989, 42(5):577-685.
- [20] 杨名宇, 丁欢, 赵博, 等. 结合邻域信息的 Chan-Vese 模型图像分割[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2011, 23(3):413-417.
- [21] 熊思. C-V 模型在乳腺 X 影像分割中的研究和应用[J]. *湖北第二师范学院学报*, 2011, 28(2):47-51.
- [22] CASELLES V, CARTE F, COIL T, et al. A geometric model for active contours in image processing[J]. *Numerische Mathematik*, 1993, 66(1):1-31.
- [23] CASELLES V, KIMMEL R, SAPIRO G. Geodesic active contours[J]. *International Journal of Computer Vision*, 1997, 22(1):61-79.
- [24] PENG D, MERRIMAN B, OSHER S, et al. A PDE-based fast local level set method[J]. *Computational Physics*, 1999, 155(2):410-438.
- [25] LI Chun-ming, XU Chen-yang, GUI Chang-feng, et al. Level set evolution without reinitialization: a new variational formulation[C]//Proc of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2005:430-436.
- [26] LI Chun-ming, XU Chen-yang, GUI Chang-feng, et al. Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2010, 19(12):3243-3254.
- [27] PRICEA J R, AYKACA D, WALLB J. Improvements in level set segmentation of 3D small animal imagery[C]//Proc of SPIE. 2007:1-10.
- [28] XIE Qiang-jun, CHEN Xu-feng, MA Li, et al. Segmentation for CT image based on improved level set approach[C]//Proc of the 1st International Congress on Image and Signal Processing. 2008:725-728.
- [29] OLIVIER B, DENIS F, PHILIPPE T, et al. Variational B-spline level-set: a linear filtering approach for fast deformable model evolution[J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2009, 18(6):1179-1191.
- [30] CREMERS D, TISCHHAUSER F, WEICKERT J, et al. Diffusion snakes: introducing statistical shape knowledge into the Mumford-Shah functional[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2002, 50(3):295-313.
- [31] DEBREUVE E, GASTAUD M, BARLAUD M, et al. Using the shape gradient for active contour segmentation: from the continuous to the discrete formulation[J]. *Mathematical Imaging and Vision*, 2007, 28(1):47-66.
- [32] MORSE B, LIU W, YOO T S, et al. Active contours using a constraint based implicit representation[C]//Proc of IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. 2005:285-292.
- [33] GELAS A, BERNARD O, FRIBOULET D, et al. Compactly supported radial basis functions based collocation method for level set evolution in image segmentation[J]. *IEEE Trans on Image Process*, 2007, 16(7):1873-1887.
- [34] 刘建磊, 冯大政. 一种基于二维拉格朗日连续水平集的图像分割方法[J]. *电子与信息学报*, 2010, 32(7):1712-1716.
- [35] 王琪, 丁辉, 张伟, 等. 利用分区处理和水平集算法分割序列三维乳腺 MRI[J]. *清华大学学报*, 2009, 49(3):421-426.
- (上接第 1206 页)
- [74] LI Fa-chao, XU Li-da, JIN Chen-xia, et al. Structure of multi-stage composite genetic algorithm(MSC-GA) and its performance[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(7):8929-8937.
- [75] 潘晓英, 刘芳, 焦李成. 基于智能体的多目标社会进化算法[J]. *软件学报*, 2009, 20(7):1703-1713.
- [76] 陈皓, 崔杜武, 崔颖安, 等. 族群进化算法[J]. *软件学报*, 2010, 21(5):978-990.
- [77] 慕彩红, 焦李成, 刘逸. 求解约束优化问题 M-精英协同进化算法[J]. *西安电子科技大学学报:自然科学版*, 2010, 37(5):852-861.
- [78] 严太山, 崔杜武. 求解无约束优化问题的知识进化算法及其收敛性分析[J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(10):1376-1382.
- [79] 葛继科, 邱玉辉, 吴春明, 等. 遗传算法研究综述[J]. *计算机应用研究*, 2008, 25(10):2911-2916.
- [80] RASOUL I, REZA N. Evolving neural network using real coded genetic algorithm for permeability estimation of the reservoir[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(8):9862-9866.
- [81] 李敬花. 遗传蚁群融合算法求解多项目资源能力平衡问题[J]. *计算机集成制造系统*, 2010, 16(3):643-649.
- [82] CABELLO J M, CEJUDO J M, LUQUE M, et al. Optimization of the size of a solar thermal electricity plant by means of genetic algorithms[J]. *Renewable Energy*, 2011, 36(11):3146-3153.
- [83] 潘晓英, 焦李成. 社会协作的多智能体进化[J]. *西安电子科技大学学报:自然科学版*, 2009, 36(2):274-280.
- [84] 张英杰, 刘朝华. 融合微粒群的多种群协同进化免疫算法[J]. *控制与决策*, 2010, 25(11):1657-1662.