

结合全变差最小化的双能 CT 重建*

高洋¹, 曾理^{1,2}

(1. 重庆大学 数学与统计学院, 重庆 401331; 2. 重庆大学 光电技术及系统教育部重点实验室 ICT 研究中心, 重庆 400044)

摘要: 双能 CT 能够用来检测物质的有效原子序数和电子密度, 可区别密度相近而原子序数不同的物质。物质的有效原子序数和电子密度的精确性是双能 CT 重建的关键。针对得到的有效原子序数和电子密度图中的噪声, 将全变差 (TV) 最小化应用到双能 CT 中。衰减系数分解模型选用基材料分解模型, 首先对高低能投影进行投影匹配, 得到两组基材料分解系数投影, 然后用滤波反投影 (FBP) 重建算法重建得到分解系数, 接着得到有效原子序数和电子密度图, 最后用基于 TV 最小化的算法处理以上两组数据。仿真实验结果表明, 双能 CT 可以检测出物质的有效原子序数和电子密度, 引入 TV 的双能 CT 重建算法能得到质量较好的物质的电子密度和有效原子序数图, 更利于物质的检测。

关键词: 双能 CT; 滤波反投影重建; 全变差最小化; 基材料分解; 图像降噪; 有效原子序数和电子密度

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)03-1158-04

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.03.099

Dual energy CT reconstruction associated with total variation minimization

GAO Yang¹, ZENG Li^{1,2}

(1. College of Mathematics & Statistics, Chongqing University, Chongqing 401331, China; 2. ICT Research Center, Key Laboratory of Optoelectronic Technology & System of Ministry of Education, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Dual energy X-ray computed tomography (CT) can be used for detecting the effective atomic number and electron density of materials, distinguishing materials with similar density but different atomic number. The accurate of the materials' effective atomic number and electron density are very important to the reconstruction of the dual energy CT. In accordance with the noise of the obtained effective atomic number and electron density images, total variation (TV) minimization was applied in dual energy CT. Decomposition model of the attenuation coefficient was expressed by basis material decomposition model. Firstly, this paper realized the projection matching of high and low projections to get two sets of basis material projections of decomposition coefficient. Secondly, the decomposition coefficient could be obtained by the use of filtered backprojection (FBP) reconstruction algorithm, and then could get the effective atomic number and electron density images. Finally, algorithm which was based on TV minimization was used to process the above data. The experimental results show that dual energy CT can obtain the effective atomic number and electron density of materials, meanwhile, with the introduction of TV, dual energy CT reconstruction is capable of getting better quality images of materials' effective atomic number and electron density, and is more conducive to materials' detection.

Key words: dual energy CT; filtered backprojection reconstruction; total variation minimization; basis material decomposition; image denoising; effective atomic number and electron density

0 引言

计算机断层成像 (computed tomography, CT) 技术自问世以来, 在医疗、工业、农林业等各个领域都得到了广泛的应用^[1-3]。近年来, 随着全球反恐形势的日益严峻, CT 技术在安全检测领域的应用前景越来越广泛。然而, 随着科技的不断发展, 犯罪团伙使用的犯罪技术越来越先进, 爆炸物的种类越来越多样化, 特别是对于那些密度相近但是原子序数不同的材料, 传统的单能 CT 就有些力不从心了^[4]。1976 年 Alvarez 等人^[5]提出了双能 CT 重建的概念, 由于其能检测出物体的有效原子序数和电子密度, 可以区别密度相近但原子序数不同的物

质, 有望解决单能 CT 无法解决的问题, 使得双能 CT 迅速成为检测领域特别是安检领域的热门话题。

双能 CT 是通过在两个不同的 X 射线能谱下对物体进行扫描, 可以得到能够确定被扫描物体的密度和结构分布的充分信息^[6]。重建算法是 CT 技术的核心部分, 一直以来工作的重心就放在双能 CT 重建算法上, 现有的双能重建算法分为三种^[6]: 预处理重建算法、后处理重建算法和迭代重建算法。预处理重建算法是目前研究最多的一种算法, 即每个射线路径上的积分值可以分解为与材料有关、与能量无关的两部分或者是基材料分解模型^[6]。Alvarez 等人提出双能重建算法时用的就是预处理重建算法; Ying 等人^[7]针对现有双能技术存在的一

收稿日期: 2011-07-12; 修回日期: 2011-08-29 基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60972104); 重庆市教委科研项目 (KJ111502)

作者简介: 高洋 (1986-), 女, 河南鹤壁人, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理; 曾理 (1959-), 男, 四川郫县人, 教授, 博导, 主要研究方向为图像处理、工业 CT 重建、高性能计算等 (drlizeng@hotmail.com)。

些问题,如双能分解的近似误差、图像伪影等提出一些改进算法,使用的分解算法是光电效应和康普顿散射效应分解法;2009年Xue和Liu等人^[8,9]在第十届射线和核医学三维图像重建会议上提出将正弦图TV修复法应用到光电系数图像的重建中以减小金属伪影;2010年Szczykutowicz等人^[10]根据在某种情况下传统的滤波反投影重建算法(FBP)无法重建出无条状伪影的CT图像的现象,提出用先验图像压缩感知(PICCS)算法实现重建,但是高低能投影值不是在同一视角下得到的,因而无法进行射束硬化校正。投影分解是双能CT预处理重建算法的重要组成部分,李保磊等人^[11]提出用投影匹配分解算法计算基材料分解系数投影,并通过仿真实验验证了方法的有效性。后处理重建算法是首先利用高低能投影重建出图像,然后对所得图像进行处理得到物质的参数分布图^[11]。由于此方法在精度上很难满足医学、工业等的要求,这方面的研究较少。迭代重建算法主要是基于统计模型或非统计模型的,该方法虽然提高了重建结果的精度^[12,13],但是耗时较长;另外,放射源的剂量问题同样是影响该算法应用及研究范围的瓶颈。

双能CT技术需要在两个能谱下对物体进行扫描。基于投影匹配的双能CT分解算法^[13]具有实现过程简单,易于计算的优点。本文在得到高低能投影后,用投影匹配分解算法计算基材料分解系数投影,然而由于在投影匹配时总会存在一定的误差,使重建出来的图像存在一定的伪影。全变差(TV)方法已经用于单能稀疏投影和有限角的CT重建中^[14,15],并取得了较好的效果,同时也是图像去噪的重要工具之一。本文研究用梯度下降法最小化TV的方法处理双能CT重建后的数据,以得到更加平滑的有效原子序数和电子密度图。

1 双能CT重建原理

衰减系数与能量和穿透的物体密切相关。对于输入的X射线是多色能谱的CT系统,当穿过物体的长度为s时,衰减系数公式为^[16]:

$$I = \int_0^E \max S(E) \exp[-\int_0^E \mu(E, \eta) d\eta] dE \quad (1)$$

其中:S(E)为系统能谱, $\mu(E, \eta)$ 是射线路径上每一点的线性吸收系数。那么投影函数表示为如下方程:

$$P = -\ln(I/I_0) = -\ln \int_0^E \max S(E) \exp[-\int_0^E \mu(E, \eta) d\eta] dE + \ln \int_0^E \max S(E) dE \quad (2)$$

1.1 衰减系数模型

通常用的衰减系数分解模型^[5,6]有以下两种:光电效应和康普顿散射效应分解模型、基材料分解模型。文中使用基材料分解模型。

基材料分解模型就是把衰减系数表示为已知线性衰减系数的材料的线性组合,表达式如下^[6]:

$$\mu(E) = b_1 \mu_1(E) + b_2 \mu_2(E) \quad (3)$$

其中: $\mu(E)$ 是任意一种材料的衰减系数, $\mu_1(E)$ 和 $\mu_2(E)$ 为两种基材料的线性衰减系数, b_1 和 b_2 称为基材料分解系数。由此得到材料的有效原子序数和电子密度^[6]:

$$Z_{\text{eff}} = \left(\frac{b_1 \rho_{e1} Z_1^n + b_2 \rho_{e2} Z_2^n}{b_1 \rho_{e1} + b_2 \rho_{e2}} \right)^{1/n} \quad (4)$$

$$\rho_e = b_1 \rho_{e1} + b_2 \rho_{e2} \quad (5)$$

其中: Z_1 、 Z_2 、 ρ_{e1} 和 ρ_{e2} 分别为两种基材料的有效原子序数和电子密度, Z_{eff} 和 ρ_e 为所计算材料的有效原子序数和电子密度。

1.2 双能投影

根据上述衰减系数分解模型,由投影函数式(2)可以得到双能CT在两个系统能谱下的投影^[11]:

$$\begin{cases} P_L = -\ln \int S_L(E) \exp[-B_1 \mu_1(E) - B_2 \mu_2(E)] dE + \ln \int S_L(E) dE \\ P_H = -\ln \int S_H(E) \exp[-B_1 \mu_1(E) - B_2 \mu_2(E)] dE + \ln \int S_H(E) dE \end{cases} \quad (6)$$

其中: S_L 、 S_H 和 P_L 、 P_H 分别为高低能能谱和高低能投影; B_1 、 B_2 分别为 b_1 、 b_2 的线积分,即 $B_1 = \int b_1 dl$, $B_2 = \int b_2 dl$,称 B_1 、 B_2 为分解系数投影。

1.3 投影分解算法

如何由式(6)计算投影分解系数投影 B_1 、 B_2 是双能CT预处理重建算法的重要组成部分,用文献[11]中提出的基于投影匹配的双能CT投影分解算法计算出分解系数投影 B_1 、 B_2 。

1.4 重建

由文献[11]中的方法得到分解系数投影 B_1 、 B_2 后,用FBP重建算法重建出衰减函数的分解系数 b_1 、 b_2 ,然后用式(4)和(5)计算出物质的有效原子序数和电子密度,完成了物质的双能检测。

2 全变差最小化

近年来,由于基于全变差的图像去噪算法较好地保持了图像边缘,使其成为研究图像降噪的热点^[17-19],其主要思想是:将图像去噪建模成一个求TV最小化过程,就是要使图像达到尽量平坦的状态^[15]。

2.1 全变差

区间 $[a, b]$ 上有限函数 $f(x)$ 的全变差的定义为^[15]

$$TV(f) = \sup \sum_{i=1}^n |f(x_i) - f(x_{i-1})|$$

其中: $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$ 。由此可知, $TV(f)$ 就是函数 f 的微分的 l_1 范数。对于多元函数, $TV(f)$ 的定义也是如此。

在图像处理中,一幅二维图像相当于一个二维函数,用 f 来表示图像的离散灰度,第s行t列像素的灰度值用 $f_{s,t}$ 表示,那么图像在某一点的梯度可以表示为

$$|\Delta f_{s,t}| = |f_{s,t} - f_{s-1,t}| + |f_{s,t} - f_{s,t-1}|$$

则该图像的TV可以表示为^[15]

$$TV(f) = \iint \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| dx dy \approx \sum_{s,t} |\Delta f_{s,t}| = \sum_{s,t} (|f_{s,t} - f_{s-1,t}| + |f_{s,t} - f_{s,t-1}|) \quad (7)$$

即一幅图像的TV就是其梯度图像的 l_1 范数。

2.2 梯度下降法

对 $TV(f)$ 求最小化的过程,就是要使图像尽量平滑,使其梯度图像在尽可能多的地方为零。最小化法一般有梯度下降法、Newton法等最优化方法,文中用梯度下降法^[15]实现 $TV(f)$ 的最小化。

将目标函数表示为 $J(f)$,函数 $J(f)$ 在某点 f_a 的梯度 $\nabla J(f_a)$ 是一个指向 $J(f)$ 增长最快方向的向量,那么梯度的负方向就是使得 $J(f)$ 减小最快的方向,这时能最快地达到极小值点。求函数 $J(f)$ 的极小值,选取初始点 $f^{(0)}$ 后,迭代公式为^[15]

$$f^{(k+1)} = f^{(k)} + \lambda_k \beta_k \tag{8}$$

其中: $\beta_k = -\frac{\nabla J(f^{(k)})}{\|\nabla J(f^{(k)})\|}$ 为负梯度方向的单位向量; λ_k 为正的 比例因子, 但若 λ_k 太小, 收敛速度非常慢, 若 λ_k 太大的话可 能会过冲, 甚至发散, 文中依据经验选取 λ_k 。

2.3 TV 最小化

前面提到用梯度下降法来最小化 TV, 由梯度下降法的迭 代公式知道, 要求全变差的梯度, 即求出 $TV(f)$ 对每个像素 点的偏微分。然而在实际的 TV 范数计算过程中, 对 l_1 范数求 导不太方便, 很多情况下用 l_2 范数近似代替 l_1 范数, 同时为了 防止 $TV(f)$ 求导后为无穷大, 引入一个正的参数 ε (文中 $\varepsilon = 10^{-8}$), 则式(7)变为^[14]

$$TV(f) = \iint \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2 + \varepsilon^2} dx dy \approx \sum_{s,t} |\Delta f_{s,t}| = \sum_{s,t} \sqrt{(f_{s,t} - f_{s-1,t})^2 + (f_{s,t} - f_{s,t-1})^2 + \varepsilon} \tag{9}$$

对某个像素 $f_{s,t}$ 求偏微分得^[14]

$$v_{s,t} = \frac{\partial TV(f)}{\partial f_{s,t}} \approx \frac{(f_{s,t} - f_{s-1,t}) + (f_{s,t} - f_{s,t-1})}{\sqrt{\varepsilon + (f_{s,t} - f_{s-1,t})^2 + (f_{s,t} - f_{s,t-1})^2}} - \frac{f_{s+1,t} - f_{s,t}}{\sqrt{\varepsilon + (f_{s+1,t} - f_{s,t})^2 + (f_{s+1,t} - f_{s+1,t-1})^2}} - \frac{f_{s,t+1} - f_{s,t}}{\sqrt{\varepsilon + (f_{s,t+1} - f_{s,t})^2 + (f_{s,t+1} - f_{s-1,t+1})^2}} \tag{10}$$

3 结合 TV 最小化的双能 CT 重建流程

双能 CT 重建算法是在两个不同的能谱下对物体进行扫 描, 文中为了简化研究分两次对物体进行扫描。首先是在低能 能谱下对物体进行扫描得到低能投影 P_L , 然后在高能能谱下 对物体进行扫描得到高能投影 P_H ; 分解系数模型选为基材料 分解模型, 依据 2.3 节中介绍的方法建立查找表, 根据建立的 查找表对高低能投影进行投影匹配, 得到基材料分解系数投影 B_1, B_2 ; 得到 B_1, B_2 后, 用 FBP 重建算法分别重建得到基材料 分解系数 b_1, b_2 ; 根据式(5)(6)计算物体的有效原子序数和电 子密度; 最后根据第 2 章中所述的梯度下降法最小化全变差的 方法处理有效原子序数和电子密度图, 得到较平滑的有效原子 序数和电子密度图。

结合 TV 最小化的双能 CT 重建算法的流程如图 1 所示。



图 1 本文算法流程

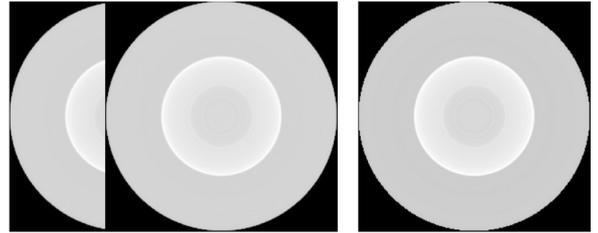
4 仿真实验及结果

该仿真实验是在 CPU 为 Intel Pentium E5300 @ 2.60 GHz, 内存为 DDR2 800 MHz (2 GB) 的 Windows7 系统上用 Microsoft Visual C++6.0 和 MATLAB R2007b 进行编程实现。

4.1 仿真实验 1

仿真实验选用管电压为 80 Kev 低能和 140 Kev 高能, 用蒙 特卡罗仿真方法^[20]对内层为半径 10 mm 的水, 外层为 20 mm 的铝的圆柱作第三代等间距扇束双能扫描, 其中源到中心的距 离为 981 mm, 源到探测器的距离为 1 369 mm, 扇束夹角为 21.0276°。文中选择碳和铁作为基材料。用以上算法进行重 建, 最后得到有效原子序数和电子密度图。以下得到的图像大

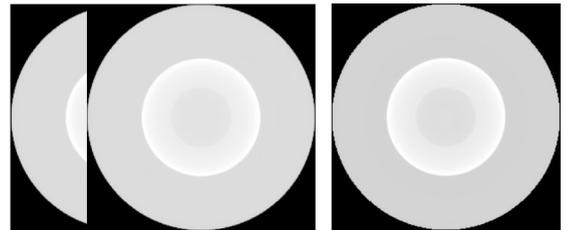
小均为 256 × 256。图 2 分别是重建物体的电子密度和有效原 子序数图。为了使图像更加清晰, 有效原子序数图进行了一定 的灰度拉伸。



(a) 电子密度图 (b) 有效原子序数图

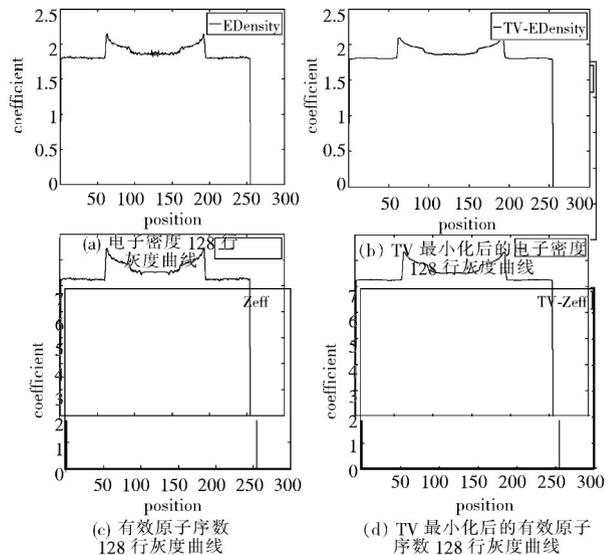
图 2 重建后的图

可以明显地看出, 图 2 的两幅图中有一定的环状伪影, 这 主要是由于在投影匹配过程中造成的数据不一致性所引起的。 图 3 分别是对图 2 的两幅图经过 TV 处理后的电子密度和有效 原子序数图。从图中可以看出, TV 较好地去除了图像中的 环状伪影, 并保持了边缘。为了进一步说明文中算法的效果, 将两图像处理前后的数据变化情况进行了比较, 图 4 中灰度曲 线图给出的是第 128 行所有列像素点在处理前后的数值变化 情况, 其中横坐标代表图像第 128 行的所有列像素点, 纵坐标 代表的是这些点相应的值。从仿真模型的结构知道, 灰度曲线 图越平滑效果越好, 图 4 可以看出 TV 最小化后的灰度曲线 图比较平滑, 说明此方法效果较好。



(a) TV 最小化后的电子密度图 (b) TV 最小化后的有效原子序数图

图 3 TV 最小化后的图



(a) 电子密度 128 行灰度曲线 (b) TV 最小化后的电子密度 128 行灰度曲线 (c) 有效原子序数 128 行灰度曲线 (d) TV 最小化后的有效原子序数 128 行灰度曲线

图 4 仿真数据灰度曲线

4.2 仿真实验 2

为了进一步验证本文方法的抗噪性, 该仿真实验是在仿真 实验 1 的基础上, 对高低能投影分别加均值为 0、方差为 0.001 和均值为 0、方差为 0.005 的高斯噪声后作的双能重建。以下 得到的图大小均为 256 × 256。图 5 是根据加噪后的投影值重

建出的电子密度和有效原子序数图。电子密度和有效原子序数图同样进行了一定的灰度拉伸。图 6 中的两幅图分别是对图 5 的两幅图经过 TV 处理后的电子密度图和有效原子序数图。图 7 中灰度曲线图给出的是第 128 行的所有列像素点在处理前后的数值变化情况,其中横坐标代表图像第 128 行的所有列像素点,纵坐标代表的是这些点相应的值。

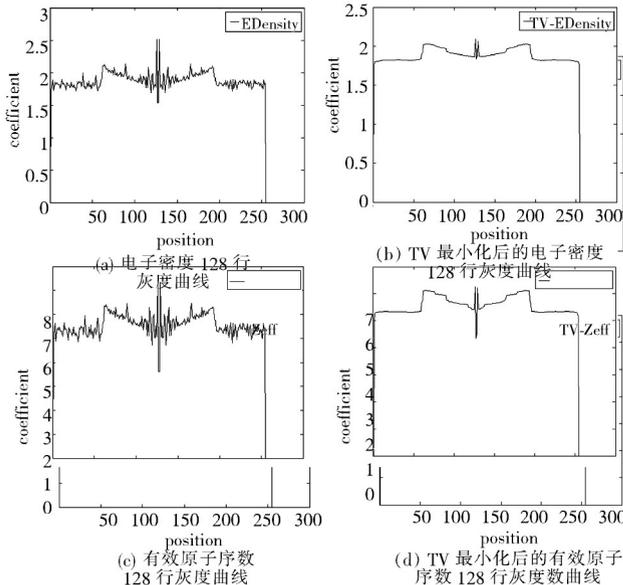
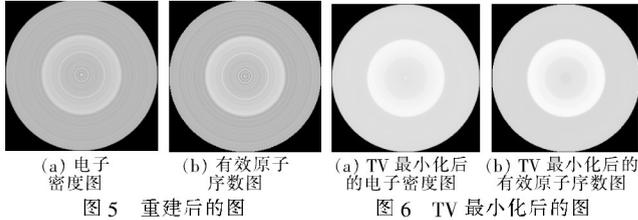


图 7 仿真数据灰度曲线

可以看出,高斯噪声的影响(图 5)比图 2 多出很多环状伪影。从图 6 可以看出,TV 较好地去除了图 5 中的环状伪影,然而由于在中心某区域噪声较强,TV 将其作为边界处理,使得图 6 中两幅图均出现中心的小圆。由图 7 中的灰度曲线可以明显地看出中心处的噪声强度以及处理后的效果。

5 结束语

本文结合文献[11]中提出的基于投影匹配的双能 CT 投影分解算法进行双能 CT 重建,重建出物体的有效原子序数和电子密度。然而由于在投影匹配过程中匹配到的分解系数投影存在一定的不一致性和双能投影过程中带来的噪声,使得最后得到的有效原子序数和电子密度图有一定的伪影。文中研究用梯度下降法最小化全变差的方法处理有效原子序数和电子密度图。由仿真实验 1 可知该方法有效地去除了伪影,得到较为平滑的有效原子序数和电子密度图,仿真实验 2 进一步验证了文中方法的有效性。结合 TV 最小化的双能 CT 重建算法可以有效地抑制原子序数和电子密度图中的噪声,更加便于物质的检测。

致谢 重庆大学 ICT 研究中心的李丹为本文提供了蒙特卡罗仿真的高低能投影数据,在此表示衷心的感谢。

参考文献:

[1] 邹晓兵,曾理.重排的半覆盖螺旋锥束 CT 的反投影滤波重建

[J]. 光学精密工程,2010,18(9):2077-2085.
 [2] 邹晓兵,曾理.锥束螺旋 CT 半覆盖扫描重建[J]. 光学精密工程, 2010,18(2):434-442.
 [3] 刘宝东,曾理,李林升.管壁长弦数据截断问题的迭代重建算法 [J]. 仪器仪表学报,2011,32(1):52-56.
 [4] 孙丽娜,原培新.X 射线安检设备中探测技术研究[J]. 中国测试技术,2006,32(3):20-22.
 [5] ALVAREZ R E,MACOVSKI A. Energy-selective reconstruction in X-ray computed tomography [J]. *Physics in Medicine & Biology*, 1976,21(5):733-744.
 [6] ZHANG Guo-wei,CHENG Jian-ping,ZHANG Li,*et al.* A practical reconstruction method for dual energy computed tomography [J]. *Journal of X-ray Science and Technology*, 2008,16(2):67-88.
 [7] YING Z R,NAIDU R,CRAWFORD C R. Dual energy computed tomography for explosive detection [J]. *Journal of X-ray Science and Technology*, 2006,14(4):67-88.
 [8] XUE Hui,ZHANG Li,CHEN Zhi-qiang. Metal artifact reduction by sinogram TV inpainting in dual energy computed tomography [C]// Proc of the 10th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine. 2009:276-279.
 [9] LIU Yuan-yuan,CHEN Zhi-qiang,ZHANG Li,*et al.* Dual energy CT reconstruction method with reduced data [C]//Proc of the 10th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine. 2009:280-283.
 [10] SZCZYKUTOWICZ T P,CHEN S H. Dual energy CT using slow kVp switching acquisition and prior image constrained compressed sensing [J]. *Physics in Medicine & Biology*, 2010,55(21):6411-6455.
 [11] 李保磊,张耀军.基于投影匹配的 X 射线双能计算机层析成像投影分解算法[J]. 光学学报,2011,31(3):74-79.
 [12] FESSLER J A,ELBAKRI I,SUKOVIC P,*et al.* Maximum-likelihood dual-energy tomographic image reconstruction [C]//Proc of SPIE Medical Imaging. 2002:38-49.
 [13] MAAß C,KACHELRIEB R. Material decomposition with inconsistent rays(MDIR) for cone-beam dual-energy CT [C]//Proc of the 10th International Meeting on Fully Three-Dimensional Image Reconstruction in Radiology and Nuclear Medicine. 2009:271-275.
 [14] SIDKY E Y, KAO C M, PAN X. Accurate image reconstruction from few-views and limited-angle data in divergent-beam CT [J]. *Journal of X-Ray Science and Technology*, 2006,14(2):119-139.
 [15] 刘宝东.工业 CT 截断投影数据重建算法研究[D].重庆:重庆大学,2011.
 [16] BUZUG T M. Computed tomography:from photon statistics to modern cone-beam CT [M]. [S. l.]:Springer,2008.
 [17] RUDIN I, OSHER S, FATEMI E. Nonlinear total variation based removal algorithms [J]. *Physica D*,1992,60(1):259-268.
 [18] WEN Y W,NG M K,HUANG Y M. Efficient total variation minimization methods for color image restoration [J]. *IEEE Trans on Image Processing*,2008,17(11):2081-2088.
 [19] FADILI J M,PEYRE G. Total variation projection with first order schemes [J]. *IEEE Trans on Image Processing*,2011,20(3):657-669.
 [20] 闫浩,牟軫沁,罗涛,等.锥束 X 射线 CT 投影的蒙特卡罗仿真 [J]. 西安交通大学学报,2008,42(4):414-422.