

基于 Fourier 神经网络的图像复原算法^{*}

田启川, 田茂新

(太原科技大学 电子信息工程学院, 太原 030024)

摘 要: 由于退化图像的点扩散函数难以准确确定, 提出一种基于 Fourier 正交基函数的前向神经网络图像复原模型, 该模型以一组 Fourier 正交基为隐层神经元的激励函数, 根据误差传递算法进行权值修正, 达到收敛目标。给出 Fourier 神经网络及其相应的衍生算法的图像恢复实现步骤。实验表明, 该方法能较好地实现图像的复原。

关键词: 图像复原; 傅里叶正交基函数; 傅里叶神经网络; 衍生算法

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)03-1143-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.03.094

Image restoration algorithm based on Fourier neural network

TIAN Qi-chuan, TIAN Mao-xin

(College of Electronic & Information Engineering, Taiyuan University of Science & Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: According to the fact that PSF (point spread function) of the degraded image can't obtain accurately, this paper constructed a feed-forward neural network for image restoration based on the Fourier orthogonal function. The hidden-layer neurons were activated by a series of Fourier orthogonal functions, updated its weight by the error back-propagation training algorithm and finally reached convergence target. This paper applied the Fourier neural network and its hidden-neuron growing algorithm to recover the fuzzy image. Experiments show they have better performances on image restoration.

Key words: image restoration; Fourier orthogonal function; Fourier neural network; hidden-neuron growing algorithm

图像的复原是图像处理的一个重要分支, 在图像的获取、传送、转换及传输过程中, 都会造成图像的退化, 而在众多的应用领域中, 又需要清晰、高质量的图像, 因此图像复原具有重要的意义。图像的退化模型如下:

$$g(x, y) = H[f(x, y)] + n \quad (1)$$

原始图像 $f(x, y)$ 经过一个点扩散函数 H 的作用后形成退化图像 $g(x, y)$, 图像复原的目的就是获得关于原始图像的近似估计 $f'(x, y)$ 。现实中, 点扩散函数复杂多样。传统的滤波方法^[1]很难得到准确的点扩散函数, 复原时存在困难。

近年来, 神经网络在图像复原领域中得到广泛应用^[2], 用于图像复原的神经网络模型也越来越多。前向神经网络由于能学习大量的输入与输出之间的非线性映射关系, 其固有的自学习、自适应性、鲁棒性和推广能力, 使其在图像复原领域得到很好的运用, 同时由于神经网络在并行处理及大容量计算方面存在巨大潜能, 因此被用于解决图像处理领域内的多种问题。但是现阶段用于图像复原的神经网络模型运算量大、收敛慢、容易陷于局部最小值。

1 Fourier 理论基础及网络模型

1.1 Fourier 正交多项式

要建立 Fourier 神经网络图像复原模型, 首先要了解 Fourier 三角基函数^[4,5]的定义。

定义 1 周期为 2π 的函数 $f(x)$, 若能展开成三角级数:

$$f(x) \rightarrow \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(kx) + b_k \sin(kx) \quad (2)$$

则称为函数 $f(x)$ 的傅里叶级数, 其中 a_k, b_k 称为傅里叶系数。理论上

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos(kx) dx; k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin(kx) dx; k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (4)$$

定理 1 若 $f(x)$ 在 $(-l, l)$ 内逐段连续并有逐段连续的导数, 且一切不连续点 ξ 是正则的, 及 $f(\xi) = [f(\xi_-) + f(\xi_+)]/2$, 则 $f(x)$ 可展开成傅里叶级数:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos\left(\frac{k\pi x}{l}\right) + b_k \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right) \quad (5)$$

$$\text{式中: } a_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \cos\left(\frac{k\pi x}{l}\right) dx; k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (6)$$

$$b_k = \frac{1}{l} \int_{-l}^l f(x) \sin\left(\frac{k\pi x}{l}\right) dx; k = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

1.2 Fourier 神经网络建模

Fourier 神经网络的输入/输出层神经元采用线性激励函数, 隐层神经元的激励函数为一组傅里叶三角基函数:

$$\left\{ 1, \cos \frac{\pi x}{l}, \sin \frac{\pi x}{l}, \cos \frac{2\pi x}{l}, \sin \frac{2\pi x}{l}, \dots, \right. \\ \left. \cos \frac{n\pi x}{l}, \sin \frac{n\pi x}{l} \right\}, x \in (-l, l) \quad (8)$$

输入层至隐层神经元的连接权值恒为 1, 傅里叶系数 $a_0, a_i, a_k (i = 1, 2, \dots, n)$ 作为隐层神经元到输出层神经元的连接

收稿日期: 2011-07-24; 修回日期: 2011-09-16 基金项目: 山西省自然科学基金资助项目(2008011030); 山西省回国留学人员科研资助项目(2011-075); 太原市大学生创新创业专项项目(2010, 2011); 太原科技大学 UIT 项目(XJ2010040)

作者简介: 田启川(1971-), 男, 山西孝义人, 副教授, 博士(后), 主要研究方向为模式识别、图像处理及生物特征识别(tianqichuan@163.com); 田茂新(1987-), 女, 贵州金沙人, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理、模式识别。

权值。文献[6,7]中介绍了 Fourier 神经网络的权值确定,该 Fourier 神经网络的输出特性正是式(5)的部分和。故定理 1 在理论上证明了 Fourier 神经网络具有良好的逼近能力^[7],隐层神经元的个数恰为 $2n+1$,即式(8)中基函数个数。

本文中基于 Fourier 正交基的神经网络为前向型神经网络,文献[8,9]中对它的应用作了介绍。如图 1 所示,采用误差传递算法(error back-propagation training)训练。其隐层神经元输出为式(8)定义的 Fourier 基函数值:

$$T_i(x)=\begin{cases}1 & i=0 \\ \dots & \\ \cos(\frac{i+1}{2}\frac{\pi x}{l}) & i=1,3,5,\dots \\ \sin(\frac{i}{2}\frac{\pi x}{l}) & i=2,4,6,\dots\end{cases}\quad (9)$$

传统的人工神经网络一般要先设定网络层数及隐层神经元数目,因此网络无法自适应调整。在前向神经网络中,网络的最佳拓扑结构一直是一个最受关注的热点。输入层到输出层的个数可以根据实际运用需要选择,易于确定,而隐层神经元数目的选取比较难,但其又直接影响神经网络的拓扑结构和网络性能。神经元数过少,网络的性能难以满足实际的需求;隐层神经元数目过多,又可能使网络结构过分冗余。由此提出了 Fourier 神经网络的衍生算法^[10]。具体做法为:先任取较少的 n 个神经元作为初始神经元,当学习 k 次后误差不再发生变化且 $E(k)=E(k-1)>\varepsilon$ (ε 为预先设定好的精度)时,网络自动衍生,即增加隐层神经元数目, $n\leftarrow n+2$,重复这一过程,直到 $E\leq\varepsilon$ 时才停止衍生和学习,此时的隐层神经元个数即为网络最佳拓扑结构下的隐层神经元个数,神经网络处于最佳拓扑状态。

2 Fourier 神经网络图像复原算法实现

2.1 Fourier 神经网络

对于 Fourier 神经网络,其用于图像复原算法如下:

输入层: $o=x$ (10)

隐层神经元输入: $net_i=o$ (11)

输出层: $y=a_0T_0+\sum_{j=1}^na_jT_{j1}+b_jT_{j2}$ (12)

网络的输出 y 目标值 $f(x)$ 的误差记为 $e_i=f(x_i)-y_i; i=1,2,\dots,m$ (13)

网络训练目标为 $E=\frac{1}{2}\sum_{i=1}^me_i^2$ (14)

m 为样本数,采用 BP 学习算法进行权值修正:

$$\Delta a_j=-\eta\frac{\partial E}{\partial a_j}=\eta e_iT_j\quad (15)$$

$$a_j(k+1)=a_j(k)+\Delta a_j(k)\quad (16)$$

$$\Delta b_j=-\eta\frac{\partial E}{\partial b_j}=\eta e_iT_j\quad (17)$$

$$b_j(k+1)=b_j(k)+\Delta b_j(k)\quad (18)$$

其中:学习率 $0<\eta<1$, k 为学习(训练)的次数。

2.2 衍生算法的实现

衍生算法能使 Fourier 神经网络在最佳的网络拓扑结构下对图像复原,其算法如下:

- a) 取隐层神经元个数 $n=1$;
- b) 初始化权值,按式(13)(14)计算当前实际误差 E ;
- c) 若 $E>\varepsilon$,则 $n=n+2$;且跳转到 b);若 $E\leq\varepsilon$,停止训练,此时 Fourier 神经网络最佳拓扑结构已自动生成。

3 实验及结果

本文中利用 Lena 对已训练好的 Fourier 神经网络进行仿真测试,并将本文中的图像复原算法与 L-M 优化的 BP 算法及文献[2,3]中的图像复原算法进行比较。在对图像进行训练时,首先要将其进行初始化操作,本文中图像大小为 256×256 像素,图像的灰度值标准化为 -11 的范围。训练时,将模糊图像的像素值作为训练样本,与之相对应的原始清晰图像作为训练目标值。训练结束后保存训练好的权值,用测试图像 Lena 对训练好的 Fourier 神经网络进行检测。

为了将 L-M 优化的 BP 算法以及文献[2,3]中图像复原算法与本文中提到的利用 Fourier 神经网络及其衍生算法的图像复原进行比较,本文中利用峰值信噪比对不同的复原图像进行质量评价,即

$$PSNR=10\log\left[\frac{255^2\times M\times N}{\sum_{i=1}^M\sum_{j=1}^N[f(i,j)-\hat{f}(i,j)]^2}\right]\quad (19)$$

PSNR 的值越大,说明复原图像效果越好。

图 2 是 Fourier 神经网络的收敛曲线,图中隐层神经元数为 19。由图 2 可以看出,在经过 123 次训练以后,误差达到了 0.000 149 92。

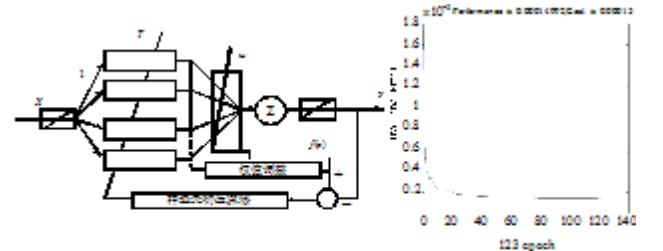


图 1 Fourier 神经网络模型

图 2 Fourier 神经网络误差收敛性能曲线

由于隐层神经元个数对神经网络的性能有着重要的作用,图 2 中误差收敛曲线不一定是 Fourier 神经网络处于最佳网络拓扑结构下的收敛图,因此利用衍生算法确定 Fourier 神经网络的隐层神经元个数多少时,网络的性能处于最佳的状态,即 Fourier 神经网络的最佳网络拓扑结构。实验中,先将隐层神经元个数初始化为 1,每运行一次,增加 2 个神经元,达到设定误差时的神经个数就是网络处于最佳状态时的隐层神经元数目,其衍生曲线如图 3 所示。

由图 3 可以看出,Fourier 神经网络在衍生 5 次(即隐层神经元个数 11 时)达到设定的误差,收敛误差为 0.00014684。因此由图 3 得到了 Fourier 神经网络的最佳拓扑结构。图 4 为其在最佳拓扑结构下的收敛曲线(即选取隐层神经数为 11 时的收敛曲线)。由图 4 可以得出,网络处于最佳拓扑结构下时,能达到更高的收敛精度。

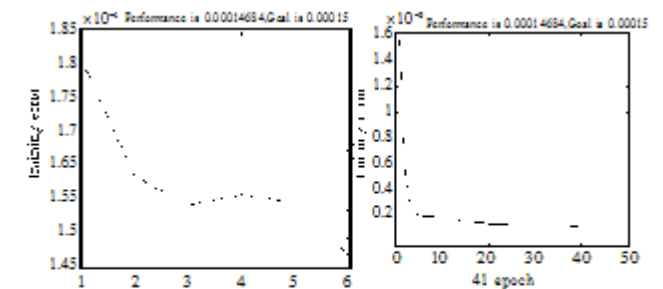


图 3 Fourier 神经网络的衍生曲线

图 4 Fourier 神经网络最佳拓扑结构下的误差收敛曲线

图 5 列出了 Fourier 神经网络及其衍生算法的 Lena 复原图,并与 L-M 优化的 BP 神经网络及文献[2,3]的图像复原图进行比较。



图 5 不同算法的复原图

为了更好地说明 Fourier 神经网络及其衍生算法的性能及图像复原效果,将其与 L-M 优化的 BP 算法及文献[2,3]中图像复原算法的复原效果图的 PSNR 值列于表 1。

表 1 不同算法的 PSNR 值比较

结果	图像					
	图 5(b)	图 5(c)	图 5(d)	图 5(e)	图 5(f)	图 5(g)
PSNR	21.0846	31.1309	30.5687	29.6414	33.3619	33.4521

从表 1 中可以看出,基于 Fourier 神经网络及其衍生算法的 PSNR 值大于 L-M 优化的 BP 神经网络及文献[2,3]中算法的 PSNR 值。说明 Fourier 神经网络及其衍生算法具有较好的复原效果。

4 结束语

Fourier 神经网络隐层神经元的激励函数为一组 Fourier 正

交三角基函数,能够自适应调整模型结构,且具有良好的非线性逼近能力。本文通过实验得出了将 Fourier 神经网络及相应衍生算法的复原图像,与其他算法进行相比,其具有较好的效果。

参考文献:

[1] 杨勇杰. 运动模糊图像恢复方法[D]. 杭州:浙江大学,2010.

[2] WU Y D, SUN Y, ZHANG H Y, et al. Variational PDE based image restoration using neural network[J]. IET Image Processing, 2007, 1(1): 85-93.

[3] GAN X, LIEW A W C, YAN H. A POCS-based constrained total least squares algorithm for image restoration[J]. Journal of Visual Communication and Image Representation, 2006, 17(5): 986-1003.

[4] 邹阿金, 张雨浓. 基函数神经网络及应用[M]. 广州:中山大学出版社,2009.

[5] 吴小俊, 王士同, 杨静宇. 基于正交多项式函数的神经网络及其性质研究[J]. 计算机工程与应用, 2002, 38(9): 25-26.

[6] 张雨浓, 旷章辉, 肖秀春, 等. Fourier 三角基神经网络的权值直接确定法[J]. 计算机工程与科学, 2009, 31(5): 112-115.

[7] HALAWA K. Determining the weights of a Fourier series neural network on the basis of the multidimensional discrete Fourier transform[J]. International Journal of Applied Mathematics and Computer Science, 2008, 18(3): 369-375.

[8] ZUO Wei, ZHU Yang, CAI Li-long. Fourier-neural-network-based learning control for a class of nonlinear systems with flexible components[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2009, 20(1): 139-151.

[9] TAN Hs. Fourier neural networks and generalized single hidden layer networks in aircraft engine fault diagnostics[J]. Journal of Engineering for Gas Turbines and Power, 2006, 128(4): 773-782.

[10] 张雨浓, 曾庆波, 肖秀春, 等. 复指数 Fourier 神经网络隐神经元的衍生算法[J]. 计算机应用, 2008, 28(10): 2504-2510.

(上接第 1129 页)MDP 模型图像分割算法对于高噪声图像和有偏场的 MR 图像的分割效果都是十分理想的。同时通过定性分析 Dice 相似性系数结果,显示本文算法是鲁棒的,并且分割结果准确性高,适合于临床应用。

参考文献:

[1] HARALICK R M, SHAPIRO L G. Image segmentation techniques[J]. Comput Vis Graph Image Proc, 1985, 29(1): 100-132.

[2] LIANG Z. Tissue classification and segmentation of MR images[J]. IEEE Eng Med Biol, 1993, 12(1): 81-85.

[3] MERHAV N. The estimation of the model order in exponential families[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1989, 35(5): 1109-1114.

[4] PHAM D L, XU C, PRINCE J L. An adaptive fuzzy C-means algorithm for image segmentation in the presence of intensity inhomogeneities[J]. Pattern Recognition Letters, 1999, 30(1): 57-68.

[5] WELLS W M, GRIMSON W E L, KIKINS R, et al. Adaptive segmentation of MRI data[J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 1996, 15(4): 429-442.

[6] LANGAN D A, MODESTINO J W, ZHANG J. Cluster validation for unsupervised stochastic model-based image segmentation[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1998, 7(2): 180-195.

[7] WON C S, DERIN H. Unsupervised segmentation of noisy and textured images using Markov random fields[J]. CVGIP: Graph Models Image Process, 1992, 54(4): 308-328.

[8] BLEI D M. Probabilistic models for text and images[D]. Berkeley: UC Berkeley, 2004.

[9] MCAULIFFE J D, BLEI D M. Nonparametric empirical Bayes for the Dirichlet process mixture model[R]. Berkeley: UC Berkeley, 2004.

[10] ANTONIAK C E. Mixtures of Dirichlet processes with applications to Bayesian nonparametric estimation[J]. Annals of Statistics, 1974, 2(6): 1152-1174.

[11] DIACONIS P, YLVISAKER D. Conjugate priors for exponential families[J]. Annals of Statistics, 1979, 7(2): 269-281.

[12] FERGUSON T S. A Bayesian analysis of some nonparametric problems[J]. Annals of Statistics, 1973, 1(2): 209-230.

[13] STYNER M, BRECHBUHLER C, SZCKELY G. Parametric estimate of intensity inhomogeneities applied to MRI[J]. IEEE Trans on Medical Imaging, 2000, 19(3): 153-165.

[14] HARDIE R C, BARNARD K J, ARMSTRONG E E. Joint MAP registration and high-resolution image estimation using a sequence of under sampled images[J]. IEEE Trans on Image Processing, 1997, 6(12): 1621-1633.

[15] WANG Wen-hui, FENG Qian-jin, LIU Lei, et al. Segmentation of brain MR images through class-adaptive Gauss-Markov random field model and the EM algorithm[J]. Journal of Image and Graphics, 2008, 13(3): 488-493.

[16] FENG Qian-jin, QIN An, CHEN Wu-fan. SIFT and population statistics based segmentation of CT prostate image[J]. Journal of Image and Graphics, 2010, 15(6): 873-878.