

基于改进的扩展卡尔曼滤波伺服系统建模技术研究

张建军

(甘肃民族师范学院, 甘肃 合作 747000)

摘要: 研究永磁同步电机系统建模技术问题。传统的建模技术在对系统进行建模时,由于算法复杂度较高,不利于实时控制系统,提出一种新的基于卡尔曼滤波技术构建速度观测器替代位置传感器;卡尔曼滤波技术适用于线性控制场合,针对 PMSM 的非线性特性,改进卡尔曼滤波算法为扩展卡尔曼滤波算法。仿真实验结果表明,利用扩展卡尔曼滤波算法构建的速度观测器准确度高,是一种有效的伺服系统建模方法。

关键词: 永磁同步电机; 卡尔曼滤波; 扩展卡尔曼滤波; 速度观测器

中图分类号: TP301.6 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)03-0944-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.03.040

Modeling of PMSM servo system based on EKF

ZHANG Jian-jun

(Gansu Normal University for Nationalities, Hezuo Gansu 747000, China)

Abstract: The permanent magnet synchronous motor has the advantage of high control accuracy, stable operation and high reliability etc, but depends on sensors with high precision, so sensorless technology became the hot spot as well as a difficulty in this field. This paper firstly focused on comparative study of existing algorithm, and with consideration of shortage of the existing algorithm, proposed a method based on the Kalman filter technology to model speed observer replacing of position sensor, which was appropriate for linear control occasion. In view of characteristics of nonlinear of PMSM, transformed Kalman filter algorithm into EKF. The simulation shows that the proposed method has high precision.

Key words: PMSM; Kalman filter; EKF (extended Kalman filter); speed observer

0 引言

永磁同步电机(PMSM)具有控制精度高、运行稳定、可靠高等优点,近年来在航空航天、军事雷达、汽车工业、家电行业等应用越来越广泛。在永磁同步电机系统的研究和设计过程中,转子位置检测和变换是一个非常重要的问题。实现位置检测通常有两种方式,一种是在电机转子轴系上安装传感器的直接位置检测,另外一种没有安装传感器,仅仅通过电机的一些电参数来间接估计和检测电机转子磁极的位置。永磁同步电机多应用于高精密场合,而传感器不仅影响控制精度,同时会增加电机尺寸,因此,对无传感器技术的研究具有重要的现实意义。

对无传感器技术的研究,国内外相关专家已取得了一定的成果。文献[1]采用定子端电压和电流直接计算位置角和角速度,但该方法过多依赖电机的参数,需要参数的在线辨识。文献[2]采用高频注入法,但对电机有限制,电机必须是凸极电机。文献[3]采用滑模观测器的方法,虽然具有较好的鲁棒性,但容易引起抖动,具有转矩脉动。文献[4~6]采用最新的人工智能估计算法,但算法很复杂,离实用化还有一段距离。

鉴于现有算法的不完善,本文提出利用扩展卡尔曼滤波技术。它是一种迭代形式的非线性估计方法,对系统噪声具有很好的抑制作用,同时不依赖电机参数,算法复杂度低于人工智能算法,速度和角度估计值与实际值很接近,利用现有的 DSP

(数字信号处理器)就可以很好地完成算法的运算工作。因此,本文提出的算法具有实现容易、估计精度高等优点。

1 速度观测器的构建

卡尔曼滤波是一种线性最小方差估计。它有非常好的滤波性能,在系统噪声和测量噪声已知的前提下,建立信号的数学模型,通过卡尔曼滤波,能较好地恢复出原始信号。另外,它采用递推算法,使用状态空间法在时域内设计滤波器,适用于多维随机过程的估计;并且具有连续型和离散型两类算法,其中离散型算法很容易实现数字化。随着计算机技术和计算技术的发展,卡尔曼滤波器逐渐得到了广泛的研究和应用。下面介绍离散型卡尔曼滤波器的设计。

1.1 离散型卡尔曼滤波器的设计

考虑如图 1 所示的离散、线性动态系统。

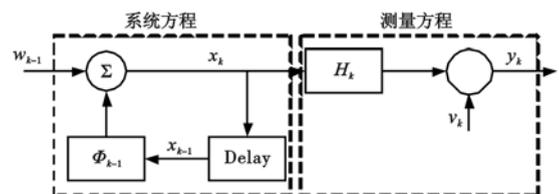


图1 离散、线性系统

系统的状态方程为

$$x_k = \Phi_{k/k-1} x_{k-1} + w_{k-1} \tag{1}$$

系统的测量方程为

$$y_k = H_k x_k + v_k \quad (2)$$

其中: x_k, x_{k-1} 分别是 t_k, t_{k-1} 时刻的状态向量; $\Phi_{k/k-1}$ 是状态 x_{k-1} 到状态 x_k 的转移矩阵; y_k 是 t_k 时刻的观测向量; H_k 是测量矩阵; w_k 和 v_k 分别是系统噪声和测量噪声, 两者都是零均值、高斯白噪声, 且两者不相关。

系统噪声和测量噪声的统计特性为

$$E[w_k, w_i^T] = \begin{cases} Q_k & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$$

$$E[v_k, v_i^T] = \begin{cases} R_k & i = k \\ 0 & i \neq k \end{cases}$$

$$E[w_k, v_i^T] = 0 \quad (3)$$

系统初值的统计特性为

$$E[x_0] = \hat{x}_0$$

$$E[(x_0 - E[x_0])(x_0 - E[x_0])^T] = P_0 \quad (4)$$

记 \hat{x}_k 为 t_k 时刻的最优估计值, $\hat{x}_{k/k-1}$ 为 x_k 的先验估计值。定义状态估计误差 \tilde{x}_k 和先验估计误差 $\tilde{x}_{k/k-1}$ 分别为

$$\tilde{x}_k = x_k - \hat{x}_k \quad (5)$$

$$\tilde{x}_{k/k-1} = x_k - \hat{x}_{k/k-1} \quad (6)$$

卡尔曼滤波实际上是状态的线性最小方差估计, 则状态估计误差 \tilde{x}_k 的方差矩阵 P_k 为

$$P_k = E\{[\tilde{x}_k - E(\tilde{x}_k)][(\tilde{x}_k - E(\tilde{x}_k))]^T\} \quad (7)$$

当估计无偏差时, 即 $E(\tilde{x}) = 0$, 则

$$P_k = E[\tilde{x}_k, \tilde{x}_k^T] = E[(x_k - \hat{x}_k)(x_k - \hat{x}_k)^T] \quad (8)$$

同理, 先验估计误差 $\tilde{x}_{k/k-1}$ 的方差矩阵 $P_{k/k-1}$ 为

$$P_{k/k-1} = E[\tilde{x}_{k/k-1}, \tilde{x}_{k/k-1}^T] = E[(x_k - \hat{x}_{k/k-1})(x_k - \hat{x}_{k/k-1})^T] \quad (9)$$

卡尔曼滤波是在均方差极小的情况下得到状态变量的最优估计值。根据以上分析, 可以给出卡尔曼滤波公式。卡尔曼滤波实际上是一个递推过程, 包括预测和更新两个步骤。

a) 预测。在已知 t_{k-1} 时刻的最优估计值 \hat{x}_{k-1} 的情况下, 预测出先验估计值 $\hat{x}_{k/k-1}$ 以及先验估计的方差矩阵 $P_{k/k-1}$:

$$\hat{x}_{k/k-1} = \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1} \quad (10)$$

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k-1} P_{k-1} \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (11)$$

在此基础上求出卡尔曼增益 K_k :

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + R)^{-1} \quad (12)$$

b) 更新。根据观测误差以及最小方差原则对先验估计值进行修正, 从而得到状态变量的最优估计值 \hat{x}_k , 同时求出最优估计方差矩阵 P_k :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_{k/k-1} + K_k (y_k - H_k \hat{x}_{k/k-1}) \quad (13)$$

$$P_k = P_{k/k-1} - K_k H_k P_{k/k-1} \quad (14)$$

式(10)~(14)就是离散型卡尔曼滤波器的公式。可以看出它是一个递推运算: 在已知初始值 x_0 和 P_0 的情况下, 根据 k 时刻的量测值 y_k 以及滤波增益 K_k 就可以递推算出 k 时刻的最优状态估计值 \hat{x}_k 。

卡尔曼滤波值 \hat{x}_k 是状态 x_k 的最小方差估计值, 属于无偏差估计。其最优线性滤波是通过不断反馈校正而形成的; 利用 k 时刻新的量测数据 y_k 以及输出观测值之间的偏差进行加权

后, 对先验估计值 $\hat{x}_{k/k-1}$ 进行不断地修正, 从而得到最优估计值 \hat{x}_k 。

卡尔曼滤波实际上是一种递推算法, 整个递推过程需要给定初始值 x_0 和 P_0 。对于一个实际系统来说, 系统初始状态的特性不确定, 相应的初始值 x_0 和 P_0 的取值也比较困难。但是如果卡尔曼滤波器是一致渐近稳定的, 而且系统的系数矩阵是时不变矩阵, 则随着滤波次数的增加, 最优估计值 \hat{x}_k 和 P_k 最终将不受随意选取的初始值 x_0 和 P_0 的影响, 实现无偏差估计。

前面所讨论的是具有线性、离散的数学模型, 但永磁同步电机的数学模型多为非线性模型。卡尔曼滤波器仅应用于线性系统中, 而扩展卡尔曼滤波是卡尔曼滤波器应用于非线性系统的推广形式, 在使用时需要先对连续的非线性方程进行线性化和离散化处理; 然后再设计实际系统的卡尔曼滤波器。

非线性方程线性化的方法有围绕标称状态线性化和围绕最优状态估计线性化两种^[7]。围绕标称状态线性化方法的优点是可以离线计算出转移矩阵以及卡尔曼滤波增益, 减少计算量; 但是, 随着时间的推移, 系统实际状态与标称状态之间的偏移也趋于增大, 导致泰勒级数高阶项的值增大, 影响估计精度。一个简单而有效的补偿方法就是用最优估计状态来代替标称状态。如果系统具有可观性, 那么估计状态与实际状态之间的偏差就会保持在很小的值, 这样线性化过程是有效的。采用最优状态估计线性化的卡尔曼滤波方程即为扩展卡尔曼滤波方程^[8]。

1.2 扩展卡尔曼滤波算法设计

电机模型为一非线性模型, 带有确定性控制的非线性系统的数学模型可描述为

$$\frac{dx}{dt} = f(x) + Cu + W \quad (15)$$

$$y = H \begin{bmatrix} i_\alpha \\ i_\beta \end{bmatrix} + V \quad (16)$$

其中:

$$x = [i_\alpha \quad i_\beta \quad \omega \quad \theta]^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} i_\alpha + \frac{\Psi}{L} \omega \sin \theta \\ -\frac{R}{L} i_\beta - \frac{\Psi}{L} \omega \cos \theta \\ 1.5 \frac{p^2 \Psi}{J} (i_\beta \cos \theta - i_\alpha \sin \theta) - \frac{B\omega}{J} - \frac{pT_L}{J} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1/L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$u = \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}$ 为系统控制量, $y = \begin{bmatrix} y_\alpha \\ y_\beta \end{bmatrix}$ 为电流观测量, $H =$

$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 为测量矩阵; W 为系统噪声, V 为测量噪声。注意: 这里 ω 和 θ 为电角速度和电角度。

a) 将方程离散化, 根据系统模型, 可以基于上一状态预测出现在状态。

$$x_{k/k-1} = x_{k-1} + Ts[f(x_{k-1}) + Cu_{k-1}] \quad (17)$$

预测误差为上一状态误差和系统误差共同作用的结果。

$$P_{k/k-1} = \Phi_{k/k-1} P_{k-1} \Phi_{k/k-1}^T + Q \quad (18)$$

上两式是 EKF 中对系统的预测式,其中: T_s 为采样周期, P 为 x 的协方差矩阵, Q 为 W 的协方差矩阵, $\Phi_{k/k-1} = I + T_s \cdot F(t_{k-1})$ 。

$$F = \frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 & \frac{\Psi}{L} \sin \theta & \frac{\Psi}{L} \omega \cos \theta \\ 0 & -\frac{R}{L} & -\frac{\Psi}{L} \cos \theta & \frac{\Psi}{L} \omega \sin \theta \\ M & N & -\frac{B}{J} & (i_{\beta} M - i_{\alpha} N) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

其中:

$$M = -1.5 \frac{\rho^2 \Psi}{J} \sin \theta, N = 1.5 \frac{\rho^2 \Psi}{J} \cos \theta$$

b) 利用预测误差和测量误差计算测量值的可靠度,即卡尔曼增益 K :

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T (H_k P_{k/k-1} H_k^T + Z)^{-1} \quad (19)$$

其中: Z 为测量噪声 V 的协方差矩阵。

c) 结合预测值、测量值及可靠度,计算现在状态的最优估算值:

$$x_k = x_{k/k-1} + K_k (y_k - H_k x_{k/k-1}) \quad (20)$$

最优估算误差为

$$P_k = P_{k/k-1} - K_k H_k P_{k/k-1} \quad (21)$$

式(17)~(21)构成了 EKF 的五个基本公式。

对于 P 的初值 P_0 ,噪声协方差 Q 和 Z 的选取是较为重要的,因为它们直接影响到了 EKF 算法的滤波和收敛性能。EKF 是一种最优估算法,它是根据预测值及其协方差、当前测量值及其协方差来估计当前的状态。对于预测值和当前测量值,协方差小的量将在估计过程中起更大作用。由于预测值可以通过以前的状态值和系统方程得到,因此预测误差是以前状态误差和系统误差共同作用的结果。

从而可得到: P_0 和 Q 越小, x_0 的作用越大,从估计值收敛到实际值的速度越慢,但稳态误差会减小; P_0 和 Q 越大, x_0 的作用越小,收敛速度越快,但稳态误差会增大。同理, Z 代表了测量误差,增大 Z 就是增加测量噪声,降低测量值的可靠度,从而使收敛速度变慢;减小 Z 也就是降低测量噪声,加快了收敛速度。

2 仿真及结果分析

扩展卡尔曼滤波仿真如图 2 所示。开始时,速度阶跃设置 100 rad/s,外部负载为 $T_L = 0$ 。为了测试负载转矩突变对控制系统的影响,在 0.2 s 时,加入 0.6 Nm 的负载;在 0.4 s 和 0.8 s 时,速度各增加 50 rad/s;在 0.6 s 时,负载转矩设置为 1.2 Nm。

图 3 给出了实际速度与估算速度曲线以及它们的误差曲线。从曲线中可以看出实际速度和估算速度之间的差值很小,在负载突变和速度突变的情况下,估算速度仍然很准确;同时速度突变后,很快稳定,速度 PI 调节效果好。

图 4 给出了转子实际位置角和估算转子位置角以及它们的误差曲线。从曲线中可以看出估算转子位置角很好地跟随转子实际位置角,误差值很小;在速度突变后,转子实际值与估算值误差很小。

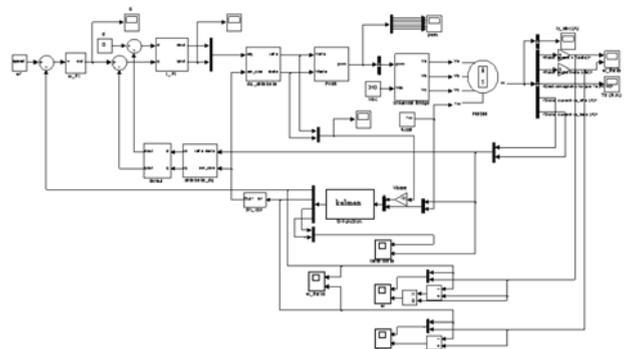


图2 扩展卡尔曼滤波仿真

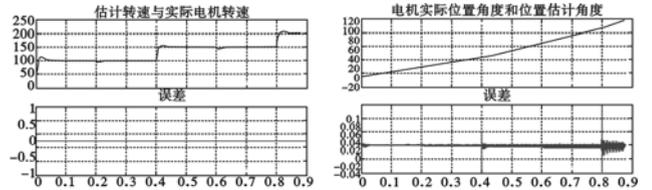


图3 实际速度和估算速度曲线以及误差曲线

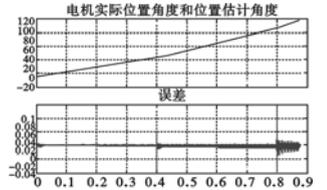


图4 转子实际位置角和估算转子位置角曲线以及误差曲线

3 结束语

针对永磁同步电机应用中的无传感器技术,本文在现有算法的基础上,针对现有算法存在的不足和卡尔曼滤波技术的优点,提出一种卡尔曼滤波技术构建速度观测器替代位置传感器,考虑到 PMSM 的非线性特性,改进卡尔曼滤波算法为扩展卡尔曼滤波算法。通过仿真验证该方法建立的速度观测器跟踪的位置角和角速度误差很小,能达到实际应用的要求。

参考文献:

- [1] SHOUSE K R, TAYLOR D G. Sensorless velocity control of permanent magnet synchronous motors [C] // Proc of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control. 2010:1844-1849.
- [2] ZHU Hao, XIAO Xi, LI Yong-dong. A simplified high frequency injection method for PMSM sensorless control [C] // Proc of the 6th International Power Electronics and Motion Control Conference. 2009:401-405.
- [3] LEE J, SON J, KIM H. A high speed sliding mode observer for the sensorless speed control of a PMSM [J]. IEEE Trans on Industrial Electronics, 2010, 58(9):4069-4077.
- [4] KHAN A A, MOHAMMED O A. Parameter optimization for sensorless position and speed control of permanent magnet motor at low speed using genetic algorithm [C] // Proc of IEEE/PES Power Systems Conference and Exposition. 2009:1-5.
- [5] CHAOUI H, SICARD P. Sensorless neural network speed control of permanent magnet synchronous machines with nonlinear stribbeck friction [C] // Proc of IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics. 2010:926-931.
- [6] JIN Meng-jia, LUK P C K, QIU Jian-qi, et al. A neural network based initial position detection method to permanent magnet synchronous machines [C] // Proc of the 5th International Power Electronics and Motion Control Conference. 2006:1-5.
- [7] 孙红星, 李德仁. 非线性系统中卡尔曼滤波的一种非线性化方法 [J]. 武汉大学学报, 2004, 29(4):346-348, 358.
- [8] JIANG Xiao-liang, SUN Pin-dong, ZHU Z Q. Modeling and simulation of parameter identification for PMSM based on EKF [C] // Proc of International Conference on Computer, Mechatronics, Control and Electronic Engineering. 2010:345-348.