

SUT-H_∞ 滤波在修正极坐标系与直角坐标系中 纯方位跟踪对比研究 *

徐进宝^{1,2}, 封锡盛¹, 任申真¹

(1. 中国科学院沈阳自动化研究所 机器人学国家重点实验室, 沈阳 110016; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要: 提出了 SUT-H_∞ 滤波算法, 在修正极坐标系和直角坐标系中基于纯方位信息对目标实施跟踪。区别于以往的最小均方差为准则的估计方法, SUT-H_∞ 利用了线性 H_∞ 鲁棒滤波准则。采用 SUT 线性化极坐标系的状态方程和直角坐标系的观测方程, 并将其与线性 H_∞ 鲁棒滤波相结合, 分别在两种坐标系下推导出 SUT-H_∞ 滤波算法。通过对 MATLAB 仿真结果进行对比分析, 修正坐标系下的 SUT-H_∞ 滤波的稳定性和精度要优于直角坐标系下的 SUT-H_∞ 滤波。

关键词: SUT-H_∞ 滤波; 修正极坐标系; 直角坐标系; 纯方位跟踪

中图分类号: TP20 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)03-0885-03

doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2012.03.023

Comparison of MPC-SUT-H_∞ and CC-SUT-H_∞ in bearings-only tracking

XU Jin-bao^{1,2}, FENG Xi-sheng¹, REN Shen-zhen¹

(1. State Key Laboratory of Robotics, Shenyang Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Shenyang 110016, China; 2. Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: This paper used the SUT-H_∞ filter in MPC systems and CC systems in order to track targets based on bearings-only. Different from the previous minimum mean square estimation method as the criterion, it used the robust filter criterion in SUT-H_∞ filter. It used the SUT to linearize the state equation in MPC and observation equation in CC, and combined with H_∞ robust filter, derived SUT-H_∞ filter in two coordinates systems respectively. Through analysis of the MATLAB simulation results, the SUT-H_∞ filter in MPC systems is better than in CC systems.

Key words: SUT-H_∞ filter; MPC(modified polar coordinates); CC(cartesian coordinates); bearings-only tracking(BOT)

传统目标跟踪通常是在笛卡尔坐标系中进行, 而传感器的观测则是在极坐标系中进行, 由此引出了目标跟踪在直角坐标系、修正极坐标系、对数极坐标系等方法^[1]。修正极坐标系和对数极坐标系对状态变量的可观测与不可观测部分进行解耦, 使滤波性能得到了很大的改善, 近几年得到了广泛的应用。

由于纯方位跟踪中, 直角坐标系的观测方程和极坐标系的状态方程都是非线性随机方程, 由此引入了泰勒级数展开和 UT 变换线性化非线性方程的两种方法。近年来出现的 SUT 算法是一种基于 scaled unscented transformation(SUT) 的新型算法。该算法摒弃了对非线性函数进行线性化的传统做法, 转而从统计学的角度寻找解决问题的思路^[2,3]。与利用泰勒级数展开式相比, SUT 算法精度高、适用范围广, 特别适合于解决高阶非线性问题。

UKF 与 EKF 滤波算法都是基于卡尔曼滤波框架, 以最小均方差为准则的估计方法, 其缺点是鲁棒性能差、对状态噪声的不确定及观测噪声敏感。近年来 H_∞ 滤波算法越来越得到关注, 主要是由于其不需要噪声的先验统计, 以及可以抵抗模型不确定性等鲁棒性能。与传统的卡尔曼滤波框架下的最小均方差估计相比, H_∞ 滤波算法的准则是使由于最大扰动引起

的估计误差最小, 因此其鲁棒性好。H_∞ 滤波算法实际上是在卡尔曼滤波算法基础上增加了一个鲁棒环节, 该环节的作用是通过改变广义状态估计方差来以一定精度为代价换取满意的鲁棒性能^[4,5]。本文采用 SUT 变换线性化非线性方程, 利用离散线性系统的 H_∞ 滤波算法, 引入了 SUT-H_∞ 滤波算法, 比较了该种算法在直角坐标系和修正极坐标系的跟踪性能。

1 模型与概念

纯方位二维跟踪场景如图 1 所示, 观测载体与目标在 x-y 平面上运动, 并周期地观测到目标方位角。假设目标做近似匀速直线运动, 观测载体需要做特定的机动以实现状态方程可观测。下面分别介绍直角坐标系与修正极坐标系的状态与观测方程, 以及两种坐标系之间的转换。

1.1 直角坐标系的状态与观测方程

传统的纯方位跟踪是在直角坐标系下进行的。直角坐标系的离散状态和观测方程定义^[5]为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + U(k+1, k) + Gw(k) \\ z(k) = f(x(k)) + v(k) = \tan^{-1}\left(\frac{x_1(k)}{x_3(k)}\right) + v(k) \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2011-07-06; 修回日期: 2011-08-18 基金项目: 中国科学院知识创新工程重要方向资助项目(09A2040201)

作者简介: 徐进宝(1976-), 男, 辽宁沈阳人, 博士研究生, 主要研究方向为目标跟踪、数据融合(xjb@sia.cn); 封锡盛(1941-), 男, 辽宁沈阳人, 研究员, 院士, 博导, 主要研究方向为水下机器人总体技术、控制、导航。

其中:
$$x(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \\ x_3(k) \\ x_4(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^{ig}(k) - x^{ob}(k) \\ \dot{x}^{ig}(k) - \dot{x}^{ob}(k) \\ y^{ig}(k) - y^{ob}(k) \\ \dot{y}^{ig}(k) - \dot{y}^{ob}(k) \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$U(k+1, k) = \begin{bmatrix} x^{ob}(k+1) - x^{ob}(k) - Tx^{ob}(k) \\ \dot{x}^{ob}(k+1) - \dot{x}^{ob}(k) \\ y^{ob}(k+1) - y^{ob}(k) - Ty^{ob}(k) \\ \dot{y}^{ob}(k+1) - \dot{y}^{ob}(k) \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{2} & 0 \\ T & 0 \\ 0 & \frac{T^2}{2} \\ 0 & T \end{bmatrix}$$

1.2 修正极坐标系的状态与观测方程

Aidala 和 Hammel 引入了修正极坐标系, 实现了可观测与不可观测部分的解耦。修正极坐标离散状态和观测方程定义为

$$\begin{cases} y(k+1) = f_c^{mp}(A f_c^{ce}(y(k)) + U(k+1, k) + Gw(k)) \\ z(k) = h(y(k)) + v(k) = [1 \ 0 \ 0 \ 0]y(k) + v(k) \end{cases} \quad (4)$$

其中:
$$y(k) = [\beta(k) \ \beta(k) \ r(k) \ \frac{\dot{r}(k)}{r(k)}]^T = [y_1(k) \ y_2(k) \ y_3(k) \ y_4(k)]^T \quad (5)$$

$$f_c^{ce}(y(k)) = \begin{bmatrix} \frac{\sin(y_1(k))}{y_3(k)} \\ \frac{y_4(k) \sin(y_1(k)) + y_2(k) \cos(y_1(k))}{y_3(k)} \\ \frac{\cos(y_1(k))}{y_3(k)} \\ \frac{y_4(k) \cos(y_1(k)) - y_2(k) \sin(y_1(k))}{y_3(k)} \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$f_c^{mp}(x(k)) = \begin{bmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{x_1(k)}{x_3(k)} \right) \\ \frac{x_2(k)x_3(k) - x_1(k)x_4(k)}{x_1^2(k) + x_3^2(k)} \\ \frac{1}{\sqrt{x_1^2(k) + x_3^2(k)}} \\ \frac{x_2(k)x_1(k) + x_3(k)x_4(k)}{x_1^2(k) + x_3^2(k)} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$v(k) \sim N(0, s_b^2) \quad w(k) \sim N(0, Q)$$

其中: $r(k)$ 为目标和观测载体相对距离, $\beta(k)$ 为目标相对观测载体的方位角。式(6)为修正极坐标系—直角坐标系转换, 式(7)为直角坐标系—修正极坐标系转换。

2 修正极坐标系与直角坐标系的 SUT-H_∞ 滤波算法

根据参考文献[4~6]中的算法, 结合直角坐标系与修正极坐标系的状态与观测方程, 推导两种坐标系的滤波算法。

2.1 直角坐标系中的 SUT-H_∞ 滤波算法

预测:
$$\hat{x}_{k|k-1} = A\hat{x}_{k-1|k-1} + U(k+1, k)$$

$$P_{k|k-1} = AP_{k-1|k-1}A^T + GQG^T$$

Sigma 点:

$$\hat{\chi}_{k|k-1} = ([\hat{x}_{k|k-1} \ \hat{x}_{k|k-1} \pm \sqrt{(n+\kappa)P_{k|k-1}}])_i$$

$$z_{k|k-1}^i = f(\hat{\chi}_{k|k-1}^i), \hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2n+1} \omega_i^m z_{k|k-1}^i$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \sum_{i=1}^{2n+1} \omega_i^c (\hat{z}_{k|k-1} - z_{k|k-1}^i)(\hat{z}_{k|k-1} - z_{k|k-1}^i)^T + R$$

$$P_{k|k-1}^{xz} = \sum_{i=1}^{2n+1} \omega_i^c (\hat{x}_{k|k-1} - x_{k|k-1}^i)(\hat{z}_{k|k-1} - z_{k|k-1}^i)^T$$

其中:
$$\omega_i^m = \begin{cases} \lambda/(n+\lambda) & i=0 \\ 1/[2(n+\lambda)] & i=1, 2, \dots, 2n \end{cases}$$

$$\omega_i^c = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta^2) & i=0 \\ 1/[2(n+\lambda)] & i=1, 2, 3, \dots, 2n \end{cases}$$

$$\lambda = \alpha^2(n+k) - n$$

更新:

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k(z_k - \hat{z}_{k|k-1}), K_k = P_{k|k-1}^{xz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1}$$

SUT-H_∞ 方差更新:

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - [P_{k|k-1}^{xz} \ P_{k|k-1}] R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} [P_{k|k-1}^{zz}]^T \\ P_{k|k-1}^T \end{bmatrix}$$

$$R_{e,k} = \begin{bmatrix} P_{k|k-1}^{zz} & [P_{k|k-1}^{xz}]^T \\ P_{k|k-1}^{xz} & \gamma^2 I + P_{k|k-1} \end{bmatrix}$$

$$\gamma^2 = \rho \max \{ \text{eig}(P_{k|k-1}^{-1} + P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{zz} R^{-1} [P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{zz}]^T)^{-1} \} \quad (8)$$

2.2 修正坐标系下的 UKF 与 SUT-H_∞ 滤波算法

Sigma 点:

$$y_{k-1|k-1}^w = [y_{k-1|k-1}^T \ w_{k-1}^T]^T$$

$$\hat{y}_{k-1|k-1}^w = E(y_{k-1|k-1}^w) \in R^{n+q}$$

$$P_{k-1|k-1}^w = E(y_{k-1|k-1}^w - \hat{y}_{k-1|k-1}^w)(y_{k-1|k-1}^w - \hat{y}_{k-1|k-1}^w)^T =$$

$$\begin{bmatrix} P_{k-1|k-1} & P_{k-1}^{yw} \\ P_{k-1}^{yw} & Q_{k-1} \end{bmatrix}$$

$$\hat{\chi}_{k-1|k-1}^i = ([y_{k-1|k-1}^w \ \hat{y}_{k-1|k-1}^w \pm \sqrt{(n+q+\kappa)P_{k-1|k-1}^w}])_i$$

预测:

$$\hat{y}_{k|k-1}^i = f_c^{mp}(\hat{\chi}_{k-1|k-1}^i)$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2(n+q)+1} \omega_i^m \hat{y}_{k|k-1}^i$$

$$P_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2(n+q)+1} \omega_i^c (\hat{y}_{k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1}^i)(\hat{y}_{k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1}^i)^T$$

$$z_{k|k-1}^i = h(\hat{y}_{k|k-1}^i), \hat{z}_{k|k-1} = \sum_{i=1}^{2(n+q)+1} \omega_i^m z_{k|k-1}^i$$

$$P_{k|k-1}^{zz} = \sum_{i=1}^{2(n+q)+1} \omega_i^c (\hat{z}_{k|k-1} - z_{k|k-1}^i)(\hat{z}_{k|k-1} - z_{k|k-1}^i)^T + R$$

$$P_{k|k-1}^{yz} = \sum_{i=1}^{2(n+q)+1} \omega_i^c (\hat{y}_{k|k-1} - \hat{y}_{k|k-1}^i)(\hat{z}_{k|k-1} - z_{k|k-1}^i)^T$$

其中:

$$\omega_i^m = \begin{cases} \frac{\lambda}{(n+q+\lambda)} & i=0 \\ 1/[2(n+q+\lambda)] & i=1, 2, \dots, 2(n+q) \end{cases}$$

$$\omega_i^c = \begin{cases} \frac{\lambda}{n+q+\lambda} + (1-\alpha^2 + \beta^2) & i=0 \\ 1/[2(n+q+\lambda)] & i=1, 2, 3, \dots, 2(n+q) \end{cases}$$

$$\lambda = \alpha^2(n+q+k) - (n+q)$$

更新:

$$\hat{y}_{k|k} = \hat{y}_{k|k-1} + K_k(z_k - \hat{z}_{k|k-1}), K_k = P_{k|k-1}^{yz} (P_{k|k-1}^{zz})^{-1}$$

SUT-H_∞ 方差更新:

$$P_{k|k} = P_{k|k-1} - [P_{k|k-1}^{yz} \ P_{k|k-1}] R_{e,k}^{-1} \begin{bmatrix} [P_{k|k-1}^{zz}]^T \\ P_{k|k-1}^T \end{bmatrix}$$

$$R_{e,k} = \begin{bmatrix} P_{k|k-1}^{zz} & [P_{k|k-1}^{yz}]^T \\ P_{k|k-1}^{yz} & \gamma^2 I + P_{k|k-1} \end{bmatrix}$$

$$\gamma_k^2 = \rho \max \{ \text{eig} (P_{k|k-1}^{-1} + P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{*2} R^{-1} [P_{k|k-1}^{-1} P_{k|k-1}^{*2}]^T)^{-1} \} \quad (9)$$

从上面的算法可以看出,鲁棒 H_∞ 滤波和标准卡尔曼滤波,其本质区别在于滤波增益的算法是不同的。当 $\gamma_k \sim \infty$ 时, H_∞ 鲁棒滤波便退化为卡尔曼滤波。因此,可以推出,广义滤波增益在 $\gamma_k \rightarrow \infty$ 的过程中是不断变化的,并且逐渐逼近卡尔曼滤波增益。式(8)和(9)的 ρ 取大于 1 的数,随观测噪声和状态噪声以及仿真环境进行调整。

3 仿真结果与分析

3.1 仿真场景设计

二维仿真跟踪场景如图 2 所示。目标和观测载体都做匀速运动,为了实现目标的可观测,观测载体需要做相应的机动,在本文中观测载体速度 3 m/s,观测载体分别在 100 s,400 s 做了两次机动,航向角分别为 90°、0°、90°。目标速度 15 m/s,航向角为 180°。

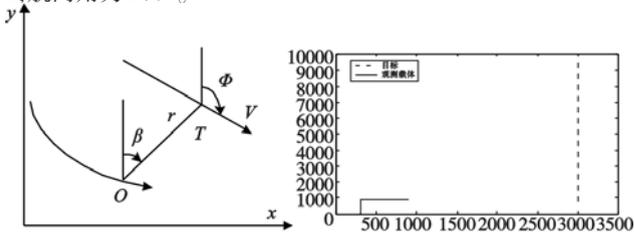


图1 纯方位跟踪二维场景 图2 纯方位跟踪二维仿真场景

观测传感器的标准差选为 $\sigma_R = 3^\circ$ 。本文中的初始化方法利用了传感器的最大观测距离,由于仿真中目标与感测载体的距离为 10 km,即假定传感器最大观测为 10 km,所以在每次 Monte Carlo 仿真, r 取自于 [7000, 13000] 均匀分布的随机数,标准差为 $\sigma_r = 5000$ 。由于速度事先无先验,所以速度初始化为 0 或取自于 [0 30] 的一个随机数, $\sigma_x = 30, \sigma_y = 30$ 。利用第一个观测方位角,直角坐标系的初始化方法为

$$x(0) = [r \sin \theta_1 \quad 0 \quad r \cos \theta_1 \quad 0]$$

然后利用 SUT 变换及直角坐标与修正极坐标的转换来初始化直角坐标系与修正极坐标系下状态变量的初值与方差。

3.2 仿真结果分析

本文进行了 500 次 Monte Carlo 仿真,图 3 和 4 根据最合理论下界(PCRLB)^[1]利用 0.95 置信区间来表示位置估计,其中图 3 是修正坐标系的位置跟踪,图 4 是直角坐标系的位置跟踪。图 5~8 是两种坐标系四个状态变量的 RMS 误差曲线比较。

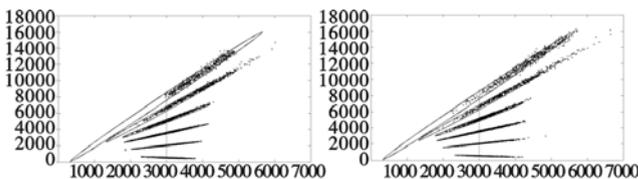


图3 MPC-SUT-H_∞滤波位置跟踪 图4 CC-SUT-H_∞滤波位置跟踪

从总体来看,在第一次机动后,两种坐标系纯方位跟踪的四个状态变量都开始收敛,但修正坐标系的纯方位跟踪明显优于直角坐标系的纯方位跟踪。特别是对于位置的跟踪,修正坐标系的纯方位跟踪能很稳定地收敛于稳定的结果。

从图 3 和 4 来看,直角坐标系的跟踪在收敛到一定的精度

后,仍然会有一些点出现在 0.95 的置信区间之外,而修正坐标系中却几乎没有。其原因是由于过大的传感器噪声使得模型出现了不可观测,而修正坐标系实现了状态可观测与不可观测的解耦,使得滤波器更加稳定。

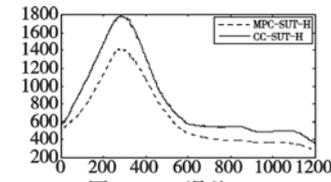


图5 RMS误差 $x_1(k)$

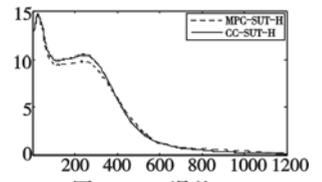


图6 RMS误差 $x_2(k)$

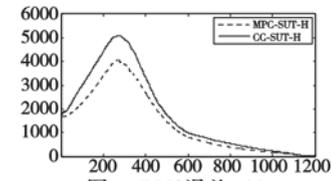


图7 RMS误差 $x_3(k)$

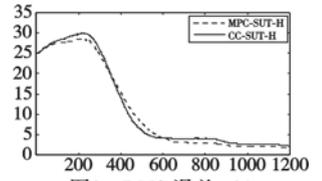


图8 RMS误差 $x_4(k)$

从图 5 和 7 看,修正坐标系的纯方位跟踪的位置跟踪精度要好于直角坐标系的纯方位跟踪。

从图 6 和 8 看,修正坐标系的纯方位跟踪的速度和跟踪精度要稍好于直角坐标系的纯方位跟踪。直角坐标系的速度的收敛时间要稍好于修正坐标系。与位置跟踪相比,速度跟踪的优势不明显。

4 结束语

从理论分析和仿真结果来看,SUT-H_∞ 滤波在修正坐标系下的纯方位跟踪中的跟踪性能要优于在直角坐标系下的纯方位跟踪中的跟踪性能。在目标机动前,直角坐标系的均方误差大于修正极坐标系的均方误差,这正是由于修正坐标系实现状态的可观测与不可观测解耦,使得在可观测前系统比直角坐标系稳定。由于本文使用的传感器噪声比较大,所以在滤波器收敛到一定的精度后,修正坐标系的跟踪更加稳定,过大的传感器噪声使得直角坐标系下的跟踪出现了不稳定。总之,修正坐标系的 SUT-H_∞ 滤波纯方位跟踪性能无论在抵抗模型的不可观测和过大的传感器噪声方面,要优于直角坐标系的 SUT-H_∞ 滤波。

参考文献:

- [1] BREHARD T, Le CADRE J R. Closed-form posterior Cram'er-Rao bound for bearings-only tracking [J]. IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems, 2006, 42 (4) : 1198-1223.
- [2] JULIER S J, UHLMANN J K. A new approach for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators [J]. Automatic Control, 2000, 45 (3) : 477-482.
- [3] JULIER S J, UHLMANN J K, DURRANT-WHYTE H F. A new approach for filtering nonlinear systems [C]//Proc of American Control Conference. 1995: 1628-1632.
- [4] EINICKE G A, WHITE L B. Robust extended Kalman filtering [J]. Signal Processing, 1999, 47 (9) : 2596-2599.
- [5] LI Wen-ling, JIA Ying-min. H-infinity filtering for a class of nonlinear discrete-time systems based on unscented transform [J]. Signal Processing, 2010, 90 (12) : 3301-3307.
- [6] HASSIBI B, SAYED A H. Linear estimation in Krein spaces-part II : applications [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 1996, 41 (1) : 34-49.