

多选择背包问题的人工蜂群算法*

韩燕燕¹, 马良¹, 赵小强²

(1. 上海理工大学管理学院, 上海 200093; 2. 北京市昌平区 66391 部队, 北京 102205)

摘要: 多选择背包问题是组合优化中的 NP 难题之一, 采用一种新的智能优化算法——人工蜂群算法进行求解。该算法通过雇佣蜂、跟随蜂和侦察蜂的局部寻优来实现全局最优。基于算法实现的核心思想, 用 MATLAB 编程实现, 对参考文献的算例进行仿真测试。与其他算法进行了比较, 获得了满意的结果。这说明了算法在解决该问题上的可行性与有效性, 拓展了人工蜂群算法的应用领域。

关键词: 多选择背包问题; 人工蜂群算法; 组合优化; 智能优化算法

中图分类号: TP18 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)03-0862-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.03.017

Artificial bee colony algorithm for multi-choice knapsack problem

HAN Yan-yan¹, MA Liang¹, ZHAO Xiao-qiang²

(1. School of Management, University of Shanghai for Science & Technology, Shanghai 200093, China; 2. 66391 Troop, Changping District of Beijing, Beijing 102205, China)

Abstract: Multi-choice knapsack problem(MCKP) is NP hard as one of combinatorial optimization. This paper proposed a new intelligent optimization algorithm——artificial bee colony (ABC) algorithm to solve MCKP. The algorithm obtained global optimum through the local search of the employed bees, follower bees and scout bees. It presented the main idea of the algorithm for MCKP and implemented on microcomputer by MATLAB. Through a kind of computational instances, it compared with other algorithms, and it obtains the satisfactory results, which shows the feasibility and effectiveness of the proposed algorithm, expanding the applications of ABC.

Key words: multi-choice knapsack problem; artificial bee colony algorithm; combinatorial optimization; intelligent optimization algorithm

0 引言

背包问题属于经典的 NP 难题, 对该问题的研究具有重要的理论意义和应用价值。该问题已被广泛应用于金融和工业领域的投资组合、项目选择、资源分配优化、货物装载等许多方面。同时, 该问题也有很多重要的变形, 如多约束背包、有界背包、无界背包、多选择背包等。而多选择背包涉及的约束条件种类最多, 且极为复杂。传统的割平面法、分支定界法等确定型寻优方法虽说能在一定程度上求解该问题, 但由于计算复杂度呈指数级别, 因而难以求解规模较大的问题。由此, 人们尝试采用智能算法来对该问题进行求解。目前通常采用的是遗传算法^[1,2], 也有学者提出用差分演化算法^[3]求解。而本文尝试用一种新的智能优化算法——人工蜂群算法对多选择背包问题求解。

多选择背包问题是一种具有多种相互排斥的多选择约束的优化问题, 由于难度较大, 所以研究文献相对较少。该问题的描述如下: 已知背包的最大承载重量为 W , 供选择的物品分为互相排斥的 m 类, 第 j 类中有 n_j 个物品, 要求从每一类中选取一个物品且必须选择一个物品放进背包, 使得最终选择的 m 个物品的总重量不超过 W , 且使总费用最小化(或总价值最大化)。

问题的数学模型可写成如下形式:

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_j} c_{ij}x_{ij} \\ \begin{cases} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_j} w_{ij}x_{ij} \leq W \\ \sum_{j=1}^{n_j} x_{ij} = 1 \quad i=1, 2, \dots, m \\ x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j; i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n_j \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

其中: c_{ij} 为第 i 类中第 j 个物品的费用; w_{ij} 为第 i 类中第 j 个物品的重量; x_{ij} 为第 i 类中第 j 个物品是否被选进背包, $x_{ij} = 1$ 表示被选进背包, $x_{ij} = 0$ 表示没有被选进背包。

1 人工蜂群算法

在人工蜂群(ABC)算法中, 群体由三种蜜蜂构成: 雇佣蜂、跟随蜂和侦察蜂。基本的 ABC 算法, 其主要行为是搜索(search)食物源、为食物源招募(recruit)和放弃(abandon)食物源。首先是雇佣蜂搜索可能的食物源, 发现食物源的收益度(即适应度值)超过一定量时, 它们会返回蜂巢, 卸下蜂蜜并在舞蹈区跳“摇摆舞”。神奇的“摇摆舞”是蜂群交流信息的必要工具, 能使整个蜂群了解到哪些食物源的收益度相对较高和其方位所在。守候在蜂巢外面的跟随蜂则飞往其相应的食物源

收稿日期: 2011-08-17; 修回日期: 2011-09-19 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(70871081); 上海市重点学科建设资助项目(S30504)

作者简介: 韩燕燕(1985-), 女, 河北人, 硕士研究生, 主要研究方向为智能优化(hanyu56688@163.com); 马良(1964-), 男, 上海人, 教授, 博导, 博士, 主要研究方向为系统工程、智能优化; 赵小强(1986-), 男, 山西人, 本科。

采蜜。

蜜蜂必须评估其正在采蜜的食物源的收益度,因为当返回蜂巢的时候,它们卸下蜂蜜后要在舞蹈区跳“摇摆舞”,给予同伴当前食物源的收益度信息。若食物源收益度仍然较高,将会招募更多的跟随蜂前往采蜜;若当前食物源收益度较低,则会放弃当前食物源,成为侦察蜂,搜索新的食物源。

ABC算法即是依据该原理而来的一种模拟生物的群体智能算法。

角色转换机制是ABC算法独有的特征之一:雇佣蜂有保持优良食物源的作用,具有精英特性;跟随蜂则增加较好食物源对应的蜜蜂数目,加速算法的收敛;侦察蜂随意搜索新的食物源,帮助算法跳出局部最优。

这种算法具有简单、参数少、鲁棒性强等特点。2005年, Karaboga 等人^[4,5]将ABC算法应用到函数数值优化问题上。近年来,ABC算法主要应用在0-1背包问题^[6]、度约束最小树问题^[7]中。

根据多选择背包问题的实际情况,适应度函数可采用如下形式:

$$fit(i) = \frac{1}{f(x)} \quad i = 1, 2, \dots, S \quad (2)$$

其中: S 为种群数量。

根据食物源的收益度,采用贪心选择机制,选择概率 p_i 的计算式^[4]为

$$p_i = \frac{fit(i)}{\sum_{i=1}^S fit(i)} \quad (3)$$

2 多选择背包问题的人工蜂群算法

在初始化中,考虑到待优化变量的约束条件及其离散性与整数性,在可供选择的所有物品中,对于第 i 类中的第 j 个物品被选择进入背包,其对应的 $d_i = j (1 \leq j \leq n_j)$, d_i 到 d_m 构成待优化的变量,如图1所示。

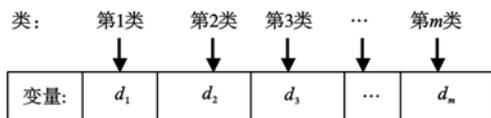


图1 待优化的变量表示方法

整个算法用MATLAB实现,采用unidrnd命令初始化群体colony,根据式(1)~(3)分别计算多选择背包问题的目标函数值、适应度函数值和选择概率。

2.1 人工蜂群算法流程(图2)

2.2 算法核心实现细节

```

迭代次数 cycle = 1;
while (cycle <= 迭代最大次数 G)
    % 雇佣蜂阶段
    NeighbourhoodSearch;
    CalculateObjective;
    CalculateFitness;
    % 跟随蜂阶段:在舞蹈区观察,计算所有食物源的收益度后
    while (i < 跟随蜂的个数)
        if rand < fit(i)
            NeighbourhoodSearch;
            CalculateObjective;
            CalculateFitness;
        end
    end
    % 记录最优解
    GlobalMin;

```

```

% 侦察蜂阶段,食物源的收益度指根据式(2)计算出的适应
度值
if (食物源的收益度没有改变)and(循环次数(没有改进最优解
的保留循环次数) > limit)
    % 随机搜索,考虑到多选择背包问题中变量的离散性和整
    数性
    MKPRS;% 调用随机搜索函数
end
end
end

```

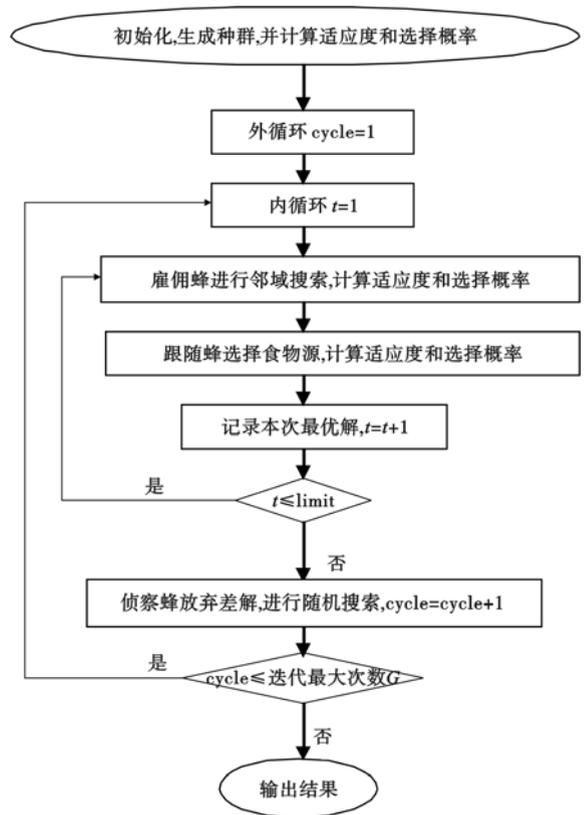


图2 人工蜂群算法流程

3 计算实验

为了说明人工蜂群算法解决多选择背包问题的可行性与有效性,对参考文献[3]中的一个含有八类物品的MCKP典型实例进行测试,以下是该问题实例:

$$\begin{aligned}
 \min f(x) = & 3x_{11} + 4x_{12} + 5x_{13} + 4x_{14} + 8x_{15} + 5x_{16} + 4x_{17} + 4x_{18} + \\
 & 7x_{21} + 9x_{22} + 8x_{23} + 4x_{24} + 5x_{25} + \\
 & 5x_{31} + 6x_{32} + 9x_{33} + 8x_{34} + 4x_{35} + 6x_{36} + \\
 & 4x_{41} + 8x_{42} + 7x_{43} + 5x_{44} + 4x_{45} + 3x_{46} + 7x_{47} + 8x_{48} + \\
 & 8x_{51} + 5x_{52} + 7x_{53} + 9x_{54} + 7x_{55} + 4x_{56} + 7x_{57} + \\
 & 6x_{61} + 8x_{62} + 7x_{63} + 9x_{64} + 5x_{65} + \\
 & 6x_{71} + 9x_{72} + 7x_{73} + 4x_{74} + 3x_{75} + 7x_{76} + 9x_{77} + 8x_{78} + \\
 & 9x_{81} + 2x_{82} + 5x_{83} + 5x_{84} + 8x_{85} + 6x_{86}
 \end{aligned}$$

满足的约束条件为

$$\begin{aligned}
 & 6x_{11} + 8x_{12} + 5x_{13} + 4x_{14} + 9x_{15} + 5x_{16} + 9x_{17} + 3x_{18} + \\
 & 6x_{21} + 5x_{22} + 3x_{23} + 5x_{24} + 9x_{25} + \\
 & 8x_{31} + 6x_{32} + 4x_{33} + 8x_{34} + 4x_{35} + 3x_{36} + \\
 & 9x_{41} + 4x_{42} + 8x_{43} + 9x_{44} + 4x_{45} + 9x_{46} + 4x_{47} + 5x_{48} + \\
 & 3x_{51} + 7x_{52} + 4x_{53} + 2x_{54} + 3x_{55} + 8x_{56} + 5x_{57} + \\
 & 8x_{61} + 3x_{62} + 2x_{63} + 8x_{64} + 6x_{65} + \\
 & 5x_{71} + 4x_{72} + 3x_{73} + 8x_{74} + 9x_{75} + 2x_{76} + 4x_{77} + 4x_{78} + \\
 & 2x_{81} + 9x_{82} + 2x_{83} + 6x_{84} + 4x_{85} + 3x_{86} \leq 40 \\
 & x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} + x_{18} = 1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} + x_{25} = 1 \\
 &x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} + x_{35} + x_{36} = 1 \\
 &x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} + x_{45} + x_{46} + x_{47} + x_{48} = 1 \\
 &x_{51} + x_{52} + x_{53} + x_{54} + x_{55} + x_{56} + x_{57} = 1 \\
 &x_{61} + x_{62} + x_{63} + x_{64} + x_{65} = 1 \\
 &x_{71} + x_{72} + x_{73} + x_{74} + x_{75} + x_{76} + x_{77} + x_{78} = 1 \\
 &x_{81} + x_{82} + x_{83} + x_{84} + x_{85} + x_{86} = 1
 \end{aligned}$$

由于多选择背包问题通常是以费用最小化为目标函数,即求 $f(x)_{\min}$ 的最小值。上式中,不等式约束表示背包的重量约束条件,等式约束表示每类物品中只能选一件。在计算求解中,种群数量 $S=40$,最大迭代次数 $G=100$, $\text{limit}=5$,跟随蜂个数 $\text{No}=5$,初始化种群 $\text{colony}(:,j) = \text{unidrnd}(\text{num}(j), S, 1), 1 \leq j \leq 8$ 的整数。可求得该问题的最优值为 34,相应的最优解为 $[1, 4, 5, 5, 6, 3, 5, 3], [8, 4, 5, 5, 2, 5, 5, 3], [8, 4, 5, 5, 6, 5, 4, 3]$ 。

根据优化变量代表的含义,上述解可以写为

$$(x_{11}, x_{24}, x_{35}, x_{45}, x_{56}, x_{63}, x_{75}, x_{83}) \text{ 约束条件: } 6 + 5 + 4 + 4 + 8 + 2 + 9 + 2 = 40 \leq 40$$

$$(x_{18}, x_{24}, x_{35}, x_{45}, x_{52}, x_{65}, x_{75}, x_{83}) \text{ 约束条件: } 3 + 5 + 4 + 4 + 7 + 6 + 9 + 2 = 40 \leq 40$$

$$(x_{18}, x_{24}, x_{35}, x_{45}, x_{56}, x_{65}, x_{74}, x_{83}) \text{ 约束条件: } 3 + 5 + 4 + 4 + 8 + 6 + 8 + 2 = 40 \leq 40$$

目标函数值随迭代次数的变化曲线如图 3 所示。

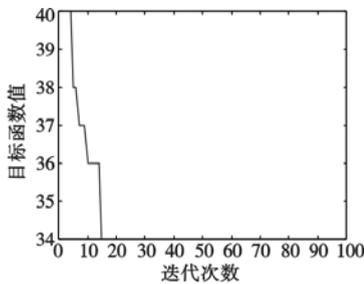


图3 目标函数值随迭代次数的变化曲线

以下是遗传算法、改进的差分演化算法(MDEA)^[3]与ABC算法就该问题的对比结果,如表1所示。

由表1可以看出,三种方法都可以求得该实例的最优解,但遗传算法的频率(求得最优解次数/运行总次数)比较低。在文献[3]中,改进的差分演化算法平均需9.3次迭代即可求得最优值34,即 $f(x)_{\min} = 34$ 。由图3可知,人工蜂群算法需15次迭代即可求得最优值34,取得了比较满意的效果。经大量计算实验,算法体现了令人满意的性能,但由于这类算法思想出

现时间不长,理论基础尚未很好地奠定,渐近收敛性、鲁棒性等性质的严格数学证明有待于以后更深入地工作研究。

表1 算法比较

算法	最优解	最优值	频率
遗传算法	$[1, 4, 5, 5, 6, 3, 5, 3]$ $[8, 4, 5, 5, 2, 5, 5, 3]$ $[8, 4, 5, 5, 6, 5, 4, 3]$	34	0.675
MEDA	$[1, 4, 5, 5, 6, 3, 5, 3]$ $[8, 4, 5, 5, 2, 5, 5, 3]$ $[8, 4, 5, 5, 6, 5, 4, 3]$	34	1
ABC 算法	$[8, 4, 5, 5, 6, 5, 4, 3]$ $[8, 4, 5, 5, 2, 5, 5, 3]$ $[1, 4, 5, 5, 6, 3, 5, 3]$	34	1

4 结束语

ABC算法作为一种新的智能优化算法,具有收敛快、鲁棒性强等特点。多选择背包问题属于组合优化问题,且是NP难题。本文就多选择背包问题的特点设计了基于MATLAB环境的人工蜂群算法,编写了算法程序。测试结果表明,ABC算法对MCKP求解是可行的,为有效求解多选择背包问题提供了一种新的可行方法,同时也拓展了人工蜂群算法的应用领域。

参考文献:

- [1] 玄光男,程润伟,于歆杰,等. 遗传算法与工程优化[M]. 北京:清华大学出版社,2004:56-59.
- [2] GEN M, CHENG R, SASAKI M. Multiple-choice knapsack problem using genetic algorithms[C]//Advances in Engineering Design and Automation Research II. 1998:1127-1132.
- [3] 贺毅朝,寇应展,陈致明. 求解多选择背包问题的改进差分演化算法[J]. 小型微型计算机系统,2007,28(9):1682-1685.
- [4] KARABOGA D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization, Technical Report TR06[R]. Turkey: Computer Engineering Department, Erciyes University, 2005.
- [5] KARABOGA D, BASTURK B. On the performance of artificial bee colony(ABC) algorithm[J]. Applied Soft Computing,2008,8(1):687-697.
- [6] 樊小毛,马良. 0-1背包问题的蜂群优化算法[J]. 数学的实践与认识,2010,40(6):155-160.
- [7] SINGH A. An artificial bee colony algorithm for the leaf-constrained minimum spanning tree problem [J]. Applied Soft Computing, 2009,9(2):625-631.

(上接第861页)

- [7] 刘俊梅,高岳林. 非线性混合整数规划问题的改进差分进化算法[J]. 工程数学学报,2010,27(6):967-974.
- [8] 任子武,伞冶. 实数遗传算法的改进及性能研究[J]. 电子学报,2007,35(2):269-274.
- [9] 梁昔明,龙文,龙祖强,等. 自适应梯度指导交叉的进化算法[J]. 小型微型计算机系统,2011,39(7):1331-1335.
- [10] SHI Y, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization [C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 1999:1945-1950.
- [11] RATNAWEERA A, HALGAMUGE S K, WATSON H C. Self-organizing hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2004,8(3):240-255.
- [12] 龙文,梁昔明,董淑华,等. 嵌入局部一维搜索技术的混合粒子

- 群优化算法[J]. 计算机应用研究,2009,26(9):3279-3281.
- [13] 龙文,梁昔明,董淑华,等. 动态调整惯性权重的粒子群优化算法[J]. 计算机应用,2009,29(8):2240-2242.
- [14] LACEVIC B, KONJICIIJA S, AVDAGIC Z. Population diversity measure based on singular values of the distance matrix[C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. Singapore: IEEE Press, 2007:1863-1869.
- [15] CAGNINA L C, ESQUIVEL S C, COELLO C A. A particle swarm optimization for constrained numerical optimization [C]//Lecture Notes in Computer Science, vol 4193. 2006:910-919.
- [16] PULIDO G T, COELLO C A. A constraint-handling mechanism for particle swarm optimization [C]//Proc of Congress on Evolutionary Computation. [S.l.]: IEEE Press, 2004:1396-1403.
- [17] LU Hai-yan, CHEN Wei-qi. Dynamic-objective particle swarm optimization for constrained optimization problems[J]. Journal of Combinational Optimization,2006,12(4):409-419.