

基于改进的超混沌系统修正射影同步算法研究

孙辉霞

(甘肃民族师范学院 计算机科学系, 甘肃 合作 747000)

摘 要: 研究超混沌修正射影同步算法问题。由于修正射影同步不可预测的伸缩矩阵因子能够有效地提高保密通信的安全性, 所以它在保密通信中有着非常诱人的应用前景, 但是传统的同步射影算法由于较高的计算复杂度, 难以得到广泛应用。针对上述问题, 提出了一种新的基于超混沌系统修正射影同步算法。该方法首先给出了一个比已知的射影同步更一般形式的新同步, 之后采用激活控制方法使两个一致的超混沌系统整体同步。最后算法在基于软件 Maple 和稳定性理论基础, 通过数值仿真同步的结果表明, 提出的算法能够自主选择调节缩放矩阵中的比例因子, 可以较好地满足状态控制器设计的射影同步, 降低了算法的复杂性。

关键词: 修正射影同步; 激活控制; 超混沌系统

中图分类号: TP391

文献标志码: A

文章编号: 1001-3695(2012)03-0849-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.03.013

Modified projective synchronization of new hyper systems

SUN Hui-xia

(Dept. of Computer Science, Gansu Normal University for Nationalities, Hezuo Gansu 747000, China)

Abstract: Study on modified projective synchronization algorithm for hyperchaos. Because modified projective synchronization of unpredictable dilation matrix factor can effectively improve the security of secret communication, so it is in secure communication in a very attractive application prospect, but the traditional synchronous projective algorithm due to the high computational complexity, it is difficult to get the extensive application. In view of the above problems, this paper put forward a new hyperchaotic system based on modified projective synchronization algorithm. The method firstly gave a better known than projective synchronization of a more general form of the new synchronization, after using active control method to make two identical hyperchaotic system overall synchronization. The final algorithm based on software Maple and stability on the basis of the theory, through the numerical simulation results show that the proposed synchronization, the algorithm can choose the regulation of scaling matrix scaling factor, it can better meet the state controller design of projective synchronization, reduces the complexity of the algorithm.

Key words: modified projective synchronization; activation control; hyperchaotic system

0 引言

混沌同步指对于从不同初始条件出发的两个混沌系统, 随着时间的推移, 它们的轨线逐渐一致。Fujisaka 和 Yamada 对混沌同步进行了理论研究^[1]。Pecora 和 Carroll 对混沌同步进行了实验研究^[2,3]。之后, 混沌同步吸引了更多不同科学领域研究者的广泛重视。如今混沌同步已经被推广为很多类型, 陆续出现了多种同步法^[4~6], 包括完全同步、广义同步、相同步、射影同步、全局指数同步等。由于混沌对初始条件的强烈敏感性, 基于混沌同步, 混沌在保密通信中起着非常重要的作用^[7]。一般地, 混沌可这样来描述^[8]: 它是从有序中产生的无序运动状态, 无序来自有序, 无序中蕴涵着有序, 有序和无序是对立统一的, 高一层次上是有序的, 而低一层次上是无序的。作为数学概念不能停留在直观的描述上。

早期射影同步的比例因子与初始条件有关, 以至于射影同步不具有预测性。随后, 人们用 Lyapunov 修正的方法预测了该比例因子, 但它们都要求同步的两个系统必须对某些变量具有线性, 且驱动系统与响应系统结构相同。后来, 射影同步被进一

步推广到非部分线性的相同结构的两个系统, 并把这种射影同步称为广义射影同步^[9,10]。由于广义射影同步在安全通信等方面有很大的应用, 因此国内许多学者也作了很多这样的研究。

1 混沌控制系统同步原理

1.1 射影同步的提出

自 Pecora 和 Carrol 对混沌同步进行开创性工作以来, 相继提出了许多混沌同步的方法。混沌的同步已成为非线性科学的重要内容, 对混沌同步的研究从相同结构系统发展到不同结构的混沌系统。

射影同步由 Mainieri 和 Rehacek 提出, 他们把一个驱动系统分成两部分:

$$\begin{cases} \dot{u} = M(z) \cdot u \\ \dot{z} = f(z, u) \end{cases}$$

其中: 第一个方程式是关于 z 的线性方程, 第二个是关于 z, u 的非线性方程。

响应系统 $\dot{u}_s = M(z) \cdot u_s$, 当 $\lim_{t \rightarrow \infty} |\alpha u - u_s| = 0$ 时, 则称驱动响应系统达到了射影同步。在这里要求驱动系统关于部

分变量线性,最终的主从系统状态的相位锁定且各对应状态的振幅趋于某一比例因子。

1.2 修正射影同步

在广义射影同步的基础上,后人提出了修正射影同步:依靠伸缩矩阵使两个相同的系统达到同步。考虑混沌系统:

$$\begin{cases} \dot{x}=f(x,t)\leftarrow\text{驱动系统} \\ \dot{y}=g(x,y,t)\leftarrow\text{响应系统} \end{cases}$$

其中: $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n),y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$ 。如果存在一个常数矩阵 $\alpha=\text{diag}(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n)$,使 $\lim_{t\rightarrow\infty}|x-\alpha y|=0$,就称上面的两个混沌系统达到了修正射影同步,并且称为伸缩矩阵。很明显可以看到,完全同步和广义射影同步是修正射影同步的特殊情况,即分别当 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\cdots=\alpha_n=1,\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\cdots=\alpha_n$ 时。

2 超混沌系统的修正射影同步算法研究

在掌握相关修正射影同步知识的基础上,利用激活控制方法实现了初值不同的两个一致超混沌系统的修正射影同步,借助于伸缩矩阵,通过调节控制子,给出了同步后的数值模拟图和误差图。所要做的主要工作是:基于 Maple 符号计算系统,将两个新的超混沌系统通过一个伸缩修正矩阵达到同步,最终用数值模拟证明了结论的合理性。

2.1 修正射影同步设计

与先前的射影同步比较,修正投影同步的特征是一个伸缩矩阵,两个系统同步比例。修正射影同步如下引出,考虑下面的超混沌系统:

$$\dot{x}=f(x,t) \tag{1}$$

$$\dot{y}=g(x,y,t) \tag{2}$$

其中: $\dot{x}=(x_1,x_2,\cdots,x_n),\dot{y}=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$,如果这里存在一个固定的矩阵 $\alpha=\text{diag}(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_n),\lim_{t\rightarrow\infty}\|x-\alpha y\|=0$,这时称两个系统直接实现了修正射影同步,并且称 α 为伸缩矩阵。显然,完全同步和广义射影同步是修正射影同步的特殊情况,分别是当 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\cdots=\alpha_n=1$ 和 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\cdots=\alpha_n$ 的特殊情况。下面给出实现修正射影同步的充分性条件。考虑这种形式的驱动系统:

$$\dot{x}=f(x,t)=Ax+[f(x,t)-Ax]=Ax+h(x,t)$$

当 $x\in R^n,A$ 是 $n\times n$ 矩阵, $f:R^n\rightarrow R^n$ 是非线性函数。

假设响应系统外加系统式(2)如下:

$$\dot{y}=f(y,t)+u=Ay+h(y,t)+u$$

其中: $y\in R^n,u$ 是一个控制子命题。对于一个可逆的对角矩阵 α ,修正射影同步在式(1)和(2)间发生,如果满足下面的条件:

$$u=\alpha^{-1}h(x,t)+(\alpha^{-1}A\alpha-A)y+\alpha^{-1}BK(x-\alpha y)-h(y,t)$$

其中: $B\in R^{n\times m},K\in R^{m\times n}$ 。

可控制矩阵 $[B,AB,\cdots,A^{n-1}B]$ 是满秩, $(A-BK)$ 的特征值的实部分是负的。

选择合适的控制变量 K 使得矩阵 $(A-BK)$ 的特征值,都具有负的实部。如果可控制矩阵 $[B,AB,\cdots,A^{n-1}B]$ 是满秩的,那么系统在原点是稳定的,这就意味着式(1)与(2)之间实现了修正射影同步伸缩 α 对 $(A-BK)$ 的特征值没影响。

当 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\cdots=\alpha_n=1$ 和 $\alpha_1=\alpha_2=\alpha_3=\cdots=\alpha_n$ 完全同步及广义射影同步分别成立;在一般的射影同步中,所有动力的状态是同步经过放大或者缩小的,然而修正投影同步使得能够独立地弯曲不同状态的尺度,因为在系数矩阵 α 中有许多比例换算系数。

2.2 一致性超混沌系统的修正射影同步理论

本文提出了一种新的超混沌系统,四维的非线性动力系统:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= a(y-x) \\ \dot{y} &= (c-a)x-xz+cy \\ \dot{z} &= -bz+xy-yz+xz-w \\ \dot{w} &= -dw+yz-xz \end{aligned} \tag{3}$$

一般的一个常规的混沌系统具有一个正的 Lyapunov 指数。超混沌系统有多于一个正 Lyapunov 指数。换句话说,超混沌系统更加复杂,并且在非线性科学中发挥了重要作用。当 $a=37,b=3,c=26,d=38$,计算结果表明,式(3)具有以下 Lyapunov 指数: $\lambda_1=1.319,\lambda_2=0.146,\lambda_3=-20.148,\lambda_4=56.337$ 。这两个正 Lyapunov 指数表明式(3)是超混沌的。图1中显示超混沌系统式(3)在 xyz,xyw,xzw 和 yzw 的映射。

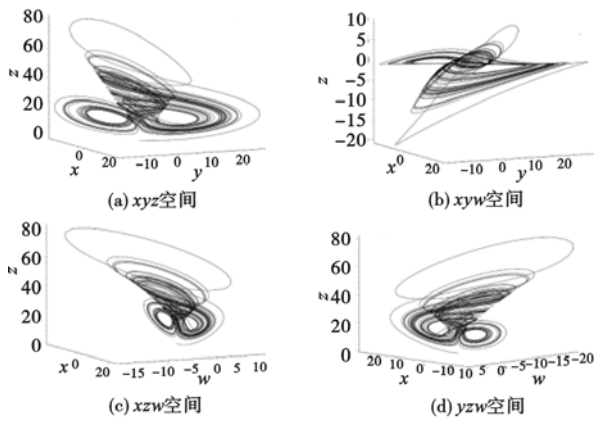


图1 混沌系统式(3)模拟相图带有参数 $a=37,b=3,c=26,d=38$

本文使用激活控制方法使两个一致的超混沌系统整体同步。驱动和响应系统描述如下:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= a(y_1-x_1) \\ \dot{y}_1 &= (c-a)x_1-x_1z_1+cy_1 \\ \dot{z}_1 &= -bz_1+x_1y_1-y_1z_1+x_1z_1-w_1 \\ \dot{w}_1 &= -dw_1+y_1z_1-x_1z_1 \end{aligned} \tag{4}$$

和

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= a(y_2-x_2)+u_1(t) \\ \dot{y}_2 &= (c-a)x_2-x_2z_2+cy_2+u_2(t) \\ \dot{z}_2 &= -bz_2+x_2y_2-y_2z_2+x_2z_2-w_2+u_3(t) \\ \dot{w}_2 &= -dw_2+y_2z_2-x_2z_2+u_4(t) \end{aligned} \tag{5}$$

在这里写成 $\dot{x}=Ax+h(x,t)$ 的形式,其中:

$$A=\begin{pmatrix} -a & a & 0 & 0 \\ c-a & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -d \end{pmatrix}$$

且 $h(x,t)=(0,-x_1z_1,x_1y_1-y_1z_1+x_1z_1,y_1z_1-x_1z_1)^T$ 。

根据激活控制的原始方法,选择 $\alpha=\text{diag}(1,2,3,1)$,即

$$e_1=x_1-x_2$$

$$e_2 = y_1 - 2y_2$$
$$e_3 = z_1 - 3z_2$$
$$e_4 = w_1 - w_2$$

通过反馈方法,选择:

$$B = \begin{pmatrix} -a + k_1 & a & 0 & 0 \\ c - a & c + k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b + k_3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 - d + k_4 & 0 \end{pmatrix} \quad (6)$$

易得

$$A - B = \begin{pmatrix} -k_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_4 \end{pmatrix}$$

其中: k_1,k_2,k_3,k_4 都是正实数或实部为正的复数,本文选择 $k_1=1,k_2=2,k_3=3,k_4=1$,并且相应的四个控制修正 $u_i(i=1,2,3,4)$ 求得

$$U = \begin{pmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \\ u_4(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ay_1(t) - ax_1(t) - ay_2(t) + ax_2(t) + x_1(t) - x_2(t) \\ \frac{1}{2}x_1(t)c - \frac{1}{2}ax_1(t) - \frac{1}{2}x_1(t)z_1(t) + \frac{1}{2}cy_2(t) - cx_2(t) + ax_2(t) + x_2(t)z_1(t) - cy_1(t) + y_1(t) - 2y_2(t) \\ \frac{1}{3}bz_1(t) + \frac{1}{3}x_1(t)y_1(t) - \frac{1}{3}y_1(t)z_1(t) + \frac{1}{3}x_1(t)z_2(t) - \frac{1}{3}w_1(t) + bz_2(t) - x_2(t)y_2(t) + \\ y_2(t)z_2(t) - x_2(t)z_1(t) + w_2(t) + z_1(t) - 3z_2(t) - \\ dw_1(t)c + y_1(t)z_1(t) - x_1(t)z_2(t) + dw_2(t) - y_2(t)z_2(t) + x_2(t)z_2(t) + w_1(t) - w_2(t) \end{pmatrix}$$

3 数值模拟与分析

本文基于符号计算软件 Maple 和 Lyapunov 稳定性理论,为了验证本文算法的有效性以及一定的实际应用价值,笔者给出了同步结果的数值模拟。

图 2 显示误差 e 的轨迹,图 3 显示初始值分别为 (0.2, 0.3,0.5,0.1) 和 (−10,12,10,5) 时的整体同步。

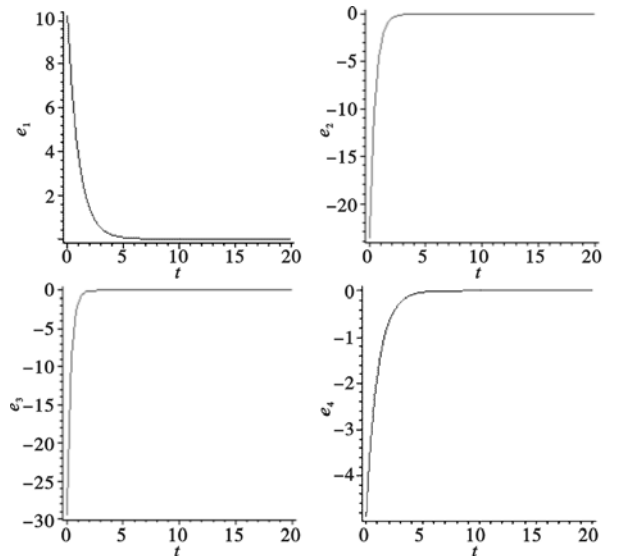


图2 误差 $e_1、e_2、e_3、e_4$ 的轨迹

从图 3 中可以看出,对驱动与响应系统和它的伸缩矩阵再一次地进行稳固,这种控制方法能够自主选择调节缩放矩阵中的比例因子,并且可以看到用状态控制器设计的射影同步能较

好地满足要求。

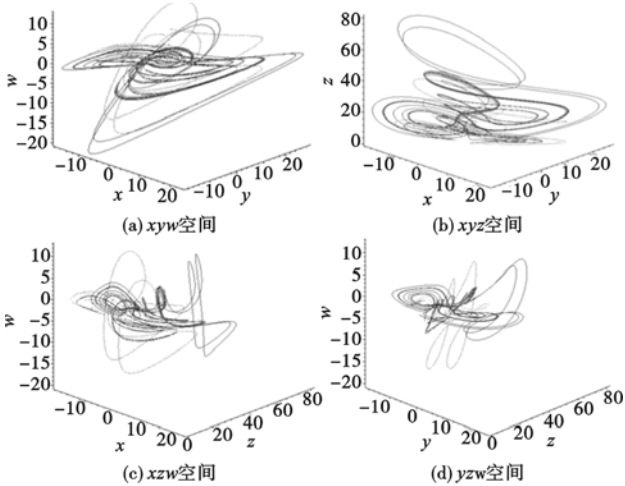


图3 红线为驱动系统,蓝线为响应系统混沌系统模拟相图带有参数 $a=37,b=3,c=26,d=38$

4 结束语

鉴于射影同步在保密通信中的重要作用,本文主要结合计算机符号和数值计算软件 Maple,在学习诸多研究修正射影同步的专家和学者成果的基础上,探索和研究了一个新的超混沌的修正射影同步。在两个一致的超混沌系统中,尝试构建一个给定的缩放矩阵,利用严格控制理论,得到了修正射影同步的充分条件。最后,基于数学软件 Maple 和稳定性理论,通过数值模拟同步的结果,对驱动与响应系统和它的伸缩矩阵再一次进行稳固,这种控制方法能够自主选择调节缩放矩阵中的比例因子,并且可以看到,用状态控制器设计的射影同步能较好地满足要求。

参考文献:

[1] 李华清,罗小华,代祥光. 一个超混沌系统及其投影同步[J]. 电子学报,2009,37(3):654-657.

[2] 刘福才,梁晓明. Hénon 混沌系统的广义预测控制与同步快速算法[J]. 物理学报,2005,54(10):4585-4589.

[3] 张国万,张莉,林明泽,等. 不同阶数混沌系统的广义投影同步及其在保密通信中的应用[J]. 河南师范大学学报,2009,37(6):75-78.

[4] XU Dao-lin, CHEE C Y. Controlling the ultimate state of projective synchronization in chaotic systems of arbitrary dimension[J]. Phys Rev E,2009,66(4):46-48.

[5] LI Chang-pin, CHEN Guan-rong. Estimating the Lyapunov exponent of discrete system[J]. Chaos, 2009,14(2):343-346.

[6] LI Qing-du, YANG Xiao-song. 3D chaotic signals generator design[J]. Acta Electronica Sinica, 2005,32(7):1299-1302.

[7] ROSSLER O E. An equation for hyperchaos[J]. Physics Letter A, 1979,71(2-3):155-157.

[8] 刘福才,梁晓明,宋佳秋. 广义 Hénon 混沌系统的自适应双模控制与同步[J]. 物理学报,2008,57(3):1458-1463.

[9] LI Y X, TAN W, CHEN G R. Generating hyperchaotic via a simple periodic force signal[J]. IEEE Trans,2007,79(6):380-384.

[10] LI Y X, CHEN G R, TAN W. Controlling a unified system to hyperchaotic[J]. IEEE Trans,2005,52(4):207-209.

[11] 陈菊芳,范文华,罗红娥,等. 基于反馈参数调制的掺铒光纤激光器混沌同步[J]. 物理学报,2006,55(10):5105-5108.