计算机应用研究
Application Research of Computers

非抢占式 EDF 算法下周期性任务的最小相对截止期计算*

檀　明[1,2]，魏　臻[2]，韩江洪[2]
（1. 合肥学院 网络与智能信息处理重点实验室，合肥 230601；2. 合肥工业大学 计算机与信息学院，合肥 230009）

摘　要：现有的求解周期性任务最小相对截止期的方法均假定任务集是采取抢占式 EDF 调度算法，并不适用于当任务为基于非抢占式 EDF 调度算法的场合，如实时通信领域。在分析了非抢占式 EDF 调度算法的可调度性判定条件基础上，提出了基于非抢占式 EDF 调度算法下周期性任务最小相对截止期的计算算法。算法通过逐渐增加任务的相对截止期直到使任务集变为可调度的方式，实现某个任务相对截止期的最小化。仿真实验表明该算法具有较好的计算复杂度。

关键词：实时系统；时延抖动；非抢占式 EDF 算法；周期性任务；相对截止期

中图分类号：TP393　　**文献标志码：**A　　**文章编号：**1001-3695(2012)02-0722-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.02.086

Minimum relative deadline calculation for periodic real-time tasks scheduled by non-preemptive EDF algorithm

TAN Ming[1,2], WEI Zhen[2], HAN Jiang-hong[2]
(1. *Key Laboratory of Network & Intelligent Information Processing, Hefei University, Hefei* 230601, *China*; 2. *School of Computer & Information, Hefei University of Technology, Hefei* 230009, *China*)

Abstract: Current deadline minimization methods that compute the shortest deadline of a periodic task are limited because they are all based on preemptive EDF algorithm which is not easily to implement in the application areas such as real-time communications. This paper analyzed the feasibility condition for periodic real-time tasks scheduled by non-preemptive EDF algorithm. In addition, by incrementing the deadline of a task step by step until the task set become feasible under non-preemptive EDF, it proposed an algorithm for calculating the minimum non-preemptive EDF-feasible deadline of real-time messages. And simulation results show that the algorithm can operate effectively.

Key words: real-time system; output jitter; non-preemptive EDF algorithm; periodic task; relative deadline

0　引言

在实时系统中通常包含多个不同采样频率的控制回路，实时系统理论将其建模为周期性任务模型，并由实时操作系统使用调度算法协调各个任务的执行。调度产生的任务并发，使每个周期性任务的执行时序具有一定的时延抖动，如果不能加以控制，这种调度产生的时延抖动将会对实时系统性能产生较大的负面影响[1,2]。

优先级驱动的调度方法是实时调度方法和理论中最重要的一类方法，根据不同的优先级赋值策略，可以分成静态优先级调度和动态优先级调度两类。RM(rate monotonic)算法和 EDF(earliest deadline first)算法分别是这两类调度算法中的典型代表[2~4]。一般而言，动态优先级调度算法对资源的利用率高于静态优先级调度算法，从而使 EDF 算法更适用于实时系统的任务调度。文献[5]指出在保证任务集可调度性条件下，周期性任务的时延抖动取决于其相对截止期的大小，可通过设置最小相对截止期来实现任务时延抖动的最小化。因此，实现周期性任务的时延抖动优化，关键是在保证任务集可调度性条件下如何计算周期性任务的最小相对截止期。文献[3,4]分别给出两种周期性任务的最小截止期的计算方法，但均是假定任务采取抢占式 EDF 调度算法，并不适用于当任务为基于非抢占式 EDF 调度算法的场合。由于调度的开销要远小于可抢占式 EDF 算法，不可抢占式 EDF 调度算法仍被广泛应用，如实时通信领域，各发送实体以可抢占模式在共享链路上发送消息难以实现，往往按照不可抢占模式调度[6~8]。为了优化实时通信的时延抖动，需要研究基于非抢占式 EDF 调度算法下周期性任务的最小相对截止期计算方法。

针对现有求解周期性任务最小相对截止期的方法均假定任务采取抢占式 EDF 调度算法，并不适用于当任务为基于非抢占式 EDF 调度算法的问题。本文给出了一种改进的非抢占式 EDF 算法的可调度性分析方法，并提出了基于非抢占式 EDF 算法的任务最小截止期的计算算法。仿真实验表明该算

收稿日期：2011-04-28；**修回日期：**2011-07-27　**基金项目：**国家自然科学基金资助项目(60873003,60873195)；安徽省教育厅自然科学一般项目(KJ2011B139)

作者简介：檀明(1974-)，男，安徽望江人，讲师，博士，主要研究方向为数据库与多媒体技术、工业控制网络(hftm163@163.com)；魏臻(1965-)，男，教授，博导，博士，主要研究方向为分布式控制、计算机控制等；韩江洪(1954-)，男，教授，博导，主要研究方向为分布式控制、计算机控制、计算机网络.

法具有较好的计算复杂度。

1　非抢占式 EDF 算法可调度性分析

本文假定周期性任务的相对截止期小于或等于其周期。在实际的实时应用中，大部分应用总是要求周期性任务的下一次作业释放时，前一次作业已执行完成，因此这种假设在实际应用中是成立的。对于相对截止期小于或等于其周期的任务集调度问题,文献[7]中给出了任务集在非抢占式 EDF 调度算法可调度性判定的充分必要条件,如定理 1。

定理 1　令周期性任务集 $TS=\{TS_i(C_i,T_i,D_i),i=1,2,\cdots,n\}$。其中 C_i、T_i、D_i 分别为实时任务 TS_i 的执行时间、周期和相对截止期,且 $D_i\leqslant T_i$,则当且仅当以下条件成立,TS 在非抢占式 EDF 调度算法下可调度。

$$\forall t, t\geqslant \min_{1\leqslant j\leqslant n}\{D_j\},\text{满足 } h(t)\leqslant t \tag{1}$$

其中,$h(t)$ 为时刻 t 对应时间需求:

$$h(t)=\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{g(\frac{t-D_i}{T_i})C_i+\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\lfloor\frac{t-D_j+T_j}{T_j}\rfloor\cdot C_j\}$$

$$g(x)=\begin{cases}1 & x<0\\ \lfloor x\rfloor+1 & x\geqslant 0\end{cases}$$

尽管定理 1 给出了非抢占式 EDF 调度算法的可调度性判定充要条件,由于时间连续无限性,如果需要在所有时间点上验证不等式(1),则该判定条件仅具有理论分析意义, 不具备可实现性。令

$$t_{\max}=\max\left\{D_1,D_2,\cdots,D_n,\frac{\sum_{i=1}^{n}(T_i-D_i)U_i}{1-U}\right\}$$

其中,$U=\sum_{i=1}^{n}C_i/T_i$,$U_i=C_i/T_i$ 分别为任务集 TS 和实时任务 TS_i 对应利用率。

当满足 $U<1$ 且 $t>t_{\max}$时,由:

$$\begin{aligned}h(t)&=\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{g(\frac{t-D_i}{T_i})C_i+\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\lfloor\frac{t-D_j+T_j}{T_j}\rfloor\cdot C_j\}=\\&\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{\frac{t-D_i+T_i}{T_i}C_i+\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\lfloor\frac{t-D_j+T_j}{T_j}\rfloor\cdot C_j\}\leqslant\\&\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{\frac{t-D_i+T_i}{T_i}C_i+\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\frac{t-D_j+T_j}{T_j}\cdot C_j\}=\\&\sum_{j=1}^{n}\frac{t-D_j+T_j}{T_j}\cdot C_j=tU+\sum_{j=1}^{n}C_j(1-\frac{D_j}{T_j})\end{aligned}$$

从而有:

$$h(t)\leqslant tU+\sum_{j=1}^{n}C_j(1-\frac{D_j}{T_j}) \tag{2}$$

再由 $U<1$ 及 $t\geqslant t_{\max}\geqslant\frac{\sum_{j=1}^{n}(T_i-D_i)U_i}{1-U}$得:

$$t-tU\geqslant\sum_{j=1}^{n}(T_i-D_i)U_i$$

$$tU+\sum_{j=1}^{n}(T_i-D_i)\cdot\frac{C_i}{T_i}\leqslant t$$

$$tU+\sum_{j=1}^{n}C_j\cdot(1-\frac{D_j}{T_j})\leqslant t \tag{3}$$

综合式(2)和(3)得:$h(t)\leqslant t$。

当满足 $U<1$ 且 $t>t_{\max}$ 的条件下,式(1)总成立。另外,$g(\frac{t-D_i}{T_i})C_i+\sum_{j=1,j\neq i}^{n}\lfloor\frac{t-D_j+T_j}{T_j}\rfloor\cdot C_j$ 的值仅在 $D=\cup_{i=1}^{n}\{mT_i+D_i;m=0,1,\cdots\}$ 这些离散点发生改变。综上可知,在分析非抢占式 EDF 算法对于任务集 TS 的可调度性时,只需在$[0,t_{\max}]$验证 $D=\cup_{i=1}^{n}\{mT_i+D_i;m=0,1,\cdots\}$中点是否符合式(1)即可。对于相对截止期小于或等于其周期的任务集,其在非抢占式 EDF 算法下的可调度性分析算法如下:

```
NPEDF_feasibility_test(TS)
U_i = C_i/T_i, i = 1,2,…,n; U = Σ_{i=1}^{n} U_i
if(U > 1) then return("Unfeasible") //不可调度
D = ∪_{i=1}^{n} {mT_i + D_i; m = 0,1,…}
t_max = max{D_1, D_2, …, D_n, Σ_{i=1}^{n}(T_i − D_i)U_i / (1 − U)}
for each(t ∈ D and t ≤ t_max)
h(t) = max_{1≤i≤n} {g(C_i) + Σ_{j=1, j≠i}^{n} ⌊(t − D_j + T_j)/T_j⌋ · C_j}
  if(h(t) > t) then
    return("Unfeasible")
  end if
end for
return("Feasible")
end
```

2　非抢占式 EDF 算法下任务最小相对截止期计算

引理 1　对于非抢占式 EDF 算法,若任务集 $TS=\{TS_i(C_i,T_i,D_i),i=1,2,\cdots,n\}$满足 $D_i\leqslant T_i$,且在时刻 t^* 的时间需求 $h(t^*)$满足 $h(t^*)\leqslant t^*$,当增大任务 TS_k 相对截止期为 D'_k,即满足 $D_k<D'_k$,则对于任务集 $TS'=TS-TS_k(C_k,T_k,D_k)+TS'_k(C_k,T_k,D'_k)$在时刻 t^* 的时间需求 $h(t^*)$也满足 $h'(t^*)\leqslant t^*$。

证明　任务集 TS 在时刻 t^* 的时间需求为

$$h(t^*)=\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{g(C_i)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n}\lfloor\frac{t^*-D_j+T_j}{T_j}\rfloor\cdot C_j\} \tag{4}$$

由于任务集 TS 在非抢占式 EDF 算法的时刻 t^* 满足 $h(t^*)\leqslant t^*$。而对于任务集 TS'在时刻 t^* 的时间需求

$$h'(t^*)=\max_{1\leqslant i\leqslant n}\{g(C_i)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i,j\neq k}}^{n}\lfloor\frac{t^*-D_j+T_j}{T_j}\rfloor\cdot C_j+\lfloor\frac{t^*-D'_k+T_k}{T_k}\rfloor\} \tag{5}$$

综合条件 $D_k<D'_k$ 和式(4)及(5)得:$h'(t^*)\leqslant h(t^*)\leqslant t^*$,故引理 1 成立。

推论 1　若任务集 $TS=\{TS_i(C_i,T_i,D_i),i=1,2,\cdots,n\}$在非抢占式 EDF 算法下能被调度,则仅增大任务的相对截止期而不改变其他调度参数时,该任务集仍可被调度(由定理 1 和推论 1 容易证明)。

若任务集 $TS=\{TS_k(C_k,T_k,D_k),k=1,2,\cdots,n\}$对于非抢占式 EDF 算法为可调度。为计算 TS 可调度条件下 TS_k 的最小相对截止期 D_k^*,首先令 $D_k^*=C_k$,通过逐渐增加 D_k^*,直到 TS 满足可调度条件[3]。由第 1 章知,为分析 TS 的可调度性,需要在$[0,t_{\max}]$验证 $D^*=\cup_{i=1,i\neq k}^{n}\{mT_i+D_i;m=0,1,\cdots\}\cup\{mT_k+D_k^*;m=0,1,\cdots\}$中点是否符合式(1)。若 TS 不满足可调度条件,即$\exists t^*\in D^*\cap t^*\in[0,t_{\max}]$使 $h(t^*)>t^*$。为通过增大任务 TS_k 的相对截止期使任务集 TS 在 t^*时刻满足 $h(t^*)\leqslant t^*$,则 TS_k 在$[0,t^*]$中的实例数最小移出数为 $L=\lceil\frac{h(t^*)-t^*}{C_k}\rceil$,从而在时间点 t^* 处新的时间需求 $h'(t^*)=h(t^*)-L\cdot C_k$。对于从$[0,t^*]$移出的 L 个 TS_k 实例,显然其绝对截止期均应大于 t^*。不失一般性,以绝对截止期最接近 t^* 的任务 TS_k 实例进行分析,其绝对截止期 d_k 应满足 $h'(t^*)+C_k\leqslant d_k$,因此 d_k 的最小取值 $d_k^*=h'(t^*)+C_k$。该实例的最晚释放时间 $r_k^*=\lfloor\frac{t^*}{T_k}\rfloor\cdot T_k$(否则若该任务实例的释放时间早于

r_k^*，由于任务集 TS 满足同步释放条件，显然其释放时间距离 t^* 必然不小于 T_k，再由 $D_i \leqslant T_i$，从而该任务实例在 t^* 已达到或错过其截止期，这与移出的 L 个任务实例绝对截止期均应大于 t^* 条件矛盾)，满足 t^* 处可调度条件任务 TS_k 新的最小相对截止期 $D_k^* = d_k^* - r_k^* = h(t^*) + (L-1)(T_k - C_k) - r_k^*$，同时应更新与之对应的 D^* 和 $t_{\max}$。根据引理 1 可知，只须对 D^* 中尚未被检查的点重复以上步骤，直到均满足于式(1)时，D_k^* 即为 TS 在非抢占式 EDF 调度下任务 TS_k 的最小相对截止期。对应的算法如下：

MinDeadLine(TS, k)

$U_i = C_i / T_i, i = 1, 2, \cdots, n; U = \sum_{i=1}^{n} U_i$

if($U > 1$) then return(-1)//不可调度

$D_k = C_k$

$D = \cup_{i=1}^{n} \{mT_i + D_i; m = 0, 1, \cdots\}$

$t_{\max} = \max\{D_1, D_2, \cdots, D_n, \frac{\sum_{i=1}^{n}(T_i - D_i)U_i}{1-U}\}$

//算法的主体循环

for each($t \in D$ and $t \leqslant t_{\max}$)

  $h(t) = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n}\{g(C_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^{n} \lfloor \frac{t - D_j + T_j}{T_j} \rfloor \cdot C_j\}$

  if($h(t) > t$) then

    $L = \lceil \frac{h(t) - t}{C_k} \rceil$

    $r = \lfloor \frac{t}{T_k} \rfloor \cdot T_k$

    $D_k = h(t) + (L-1)(T_k - C_k) - r$

    Update_D()//根据新的 D_k 更新 D

    Update_$t_{\max}$()//重新计算 $t_{\max}$

  end if

  DeleteFrom$D$(t)//将已检查过的点 t 从 D 中删除

end for

$D_k^* = D_k$

return(D_k^*)

end

对任务集 $TS = \{TS_k(C_k, T_k, D_k), k = 1, 2, \cdots, n\}$ 按任务的紧急或重要程度升序排列，然后依次对任务集中的每个任务通过调用 MinDeadLine()计算并设置其最小相对截止期，可实现对任务集 TS 在基于非抢占式 EDF 调度算法下的时延抖动的优化。

MinDeadLine_Set(TS)

$TS = \{TS_k(C_k, T_k, D_k), k = 1, 2, \cdots, n\}$

//按任务的紧急或重要程度升序排列

for($k = 1; k \leqslant n; k$++)

  MinDeadLine(TS, k)

end for

end

3 仿真结果

由于本文所提出的 MinDeadLine()算法的主体循环具有可变的执行次数，属于伪多项式时间复杂度算法。为评价算法的运行效率，采用主体循环的执行次数 LoopSteps 作为算法复杂度的评价指标，并用仿真实验评价算法运行效率。

假定任务数分别取 $n = 5, 10, \cdots, 30$，且设定每个任务的周期 T_i 都由相同分布的随机变量在 10 ~ 100 个时间单位之间产生，每个任务的执行时间 C_i 在 $1 \sim T_i$ 个时间单位之间随机产生后乘以一个共同因子 $U / (\sum_{i=1}^{n} C_i / T_i)$ 来控制任务集的总利用率 U 为给定数值，每个任务的相对截止期 D_i 为 C_i 再加上 $\alpha \cdot (T_i - C_i)$，其中 α 为产生于[0,1]的一个随机数。按照以上方法，分别对 $U = 0.50, 0.60, \cdots, 0.90$ 的情况各随机生成 500 组非抢占式 EDF 可调度的任务集，对各任务集调用 MinDeadLine_Set()并统计对应 MinDeadLine()算法主体循环的平均执行次数。

表 1 说明对于给定的任务集总利用率，随着任务数的增加，MinDeadTime()算法的计算复杂度也随之接近线性增加；而当任务数给定时，算法的计算复杂度随着任务集总利用率的提高而以近似线性的速度增加。综合以上可知，任务集的任务数和任务集总利用率是影响算法复杂度的两个主要因素，但由于两者对算法复杂度的影响均近似为线性关系，因此，本文所提出的 MinDeadTime()算法仍具有较好的计算复杂度。

表 1 不同任务数和总利用率下任务集对应算法复杂度

LoopSteps 平均值	任务数 n					
	5	10	15	20	25	30
$U = 0.50$	13.1	22.3	35.2	44.2	57.4	71.8
$U = 0.60$	16.5	29.5	43.7	54.1	68.6	82.2
$U = 0.70$	21.6	37.7	57.6	71.9	86.3	121.3
$U = 0.80$	30.3	57.2	82.3	107.3	142.1	163.1
$U = 0.90$	54.1	103.3	151.1	201.1	268.2	341.2

4 结束语

针对现有的计算周期性任务最小相对截止期的方法均假定任务采取抢占式 EDF 调度算法，并不适用于当任务为基于非抢占式 EDF 调度算法的问题，本文通过分析可调度性检查点的取值范围，给出了一种改进的非抢占式 EDF 算法的可调度性分析算法。同时，为计算任务在非抢占式 EDF 调度算法下的最小截止期，采取逐渐增加截止期直到使任务集可调度的求解思路，提出了基于非抢占式 EDF 调度算法的任务最小截止期的计算算法，并对于相关结论进行了证明。仿真实验表明该算法具有较好的计算复杂度。

参考文献：

[1] 罗玎玎，赵海，孙佩刚，等. 实时系统中固定优先级调度的时延抖动控制[J]. 小型微型计算机系统，2009，30(4)：601-604.

[2] MIFDAOUI A, FRANCES F, FRABOUL C. Performance analysis of a master/slave switched Ethernet for military embedded applications [J]. IEEE Trans on Industrial Informatics, 2010, 6(4): 534-547.

[3] BALBASTRE P, RIPOLL I, CRESPO A. Minimum deadline calculation for periodic real-time tasks in dynamic priority systems[J]. IEEE Trans on Computers, 2008, 57(1): 96-109.

[4] HOANG H, BUTTAZZO G, JONSSON M, *et al*. Computing the minimum EDF feasible deadline in periodic systems[C]//Proc of the 12th IEEE International Conference on Embedded and Real-Time Computing. 2006.

[5] KIM T H, CHANG N. Deadline assignment to reduce output jitter of real-time tasks[C]//Proc of the 16th IFAC Workshop on Distributed Computer Control Systems. 2000.

[6] JEFFEY K, STANAT D F, MARTEL C U. On non-preemptive scheduling of periodic and sporadic tasks[C]//Proc of IEEE Real-Time Systems Symposium. Washington DC: IEEE Computer Society, 1991: 129-139.

[7] 沈卓炜. 不可抢占式 EDF 调度算法的可调度性分析[J]. 计算机工程与应用，2006，42(9)：10-12.

[8] CUONG D M, KIM M K. Real-time communications on an integrated fieldbus network based on a switched Ethernet in industrial environment[C]//Proc of the 3rd International Conference on Embedded Software and Systems. Berlin: Springer-Verlag, 2007: 498-509.