基于压缩技术的子空间迭代法及在谱估计中的应用

孙 琦[1,2], 赵晓晖[2], 张芝贤[1]
(1. 沈阳航空航天大学 电子信息工程学院, 沈阳 110136; 2. 吉林大学 通信工程学院, 长春 130012)

摘 要: 提出了一种基于压缩技术和子空间迭代的特征向量迭代估计算法,由于该算法采用迭代形式,同目前的特征向量求解方法相比(如奇异值分解法),该算法计算量小、复杂度低、算法收敛速度快、易于实时实现,可对由信号构成的自相关矩阵的特征向量作出准确的估计。通过仿真实验可见该算法具有很高的估计精度。将该算法应用到 MUSIC(multiple signal classification)谱估计中,通过计算机进行仿真对比可以看到,利用提出的算法进行谱估计精度要高于标准的 MUSIC 谱估计精度,且计算量大大减小,由此验证了算法的有效性和优越性。

关键词: 信息处理技术; 压缩技术; 子空间迭代; 特征向量迭代估计; 谱估计
中图分类号: TN911.72 **文献标志码**: A **文章编号**: 1001-3695(2012)02-0550-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.02.039

Subspace iteration method based on practice of deflation technique and its application in spectral estimation

SUN Qi[1,2], ZHAO Xiao-hui[2], ZHANG Zhi-xian[1]
(1. *School of Electronics & Information Engineering*, *Shenyang Aerospace University*, *Shenyang* 110136, *China*; 2. *College of Communication Engineering*, *Jilin University*, *Changchun* 130012, *China*)

Abstract: This paper presented a new iterative algorithm for eigenvector estimation based on subspace iteration method and utilization of deflation technique. Compared to current eigenvector calculation methods such as SVD, the proposed algorithm can effectively reduce calculation burden and complexity with high estimation accuracy, and it was easily implemented on time. The algorithm could attaint the higher accuracy eigenvector estimation solution of autocorrelation sequences. Its estimation effectiveness is illustrated by computer simulation. Spectrum estimation used the proposed algorithm is slightly higher accuracy and less calculation, than the MUSIC spectrum estimation algorithm applied by computer simulation, which proves the effectiveness and advantage of the algorithm.

Key words: information processing; deflation technique; subspace iteration; iterative eigenvector estimation; spectral estimation

0 引言

在许多工程实际问题、现代信号处理与通信理论中,许多理论问题的求解都需要得到由信号构成的自相关矩阵的特征向量。利用特征向量进行信号的分析和处理在现代信号处理中发挥着重要的作用。在通信、阵列信号处理、系统辩识、现代谱估计等各个方面它都得到了广泛的应用。如何快速准确地计算特征向量在工程实际问题的解决中有着重要的意义。目前求解特征向量的方法有多种,最常用的是奇异值分解法,但这些方法普遍存在的问题是计算量很大,较难用于实时信号处理中。近年来人们提出了一些基于子空间跟踪的自适应算法[18]。例如,基于新的信息准则的 NIC-NNL-PCA 信号子空间跟踪算法,用神经网络的方法来计算特征向量,还有 ESPRIT (estimating signal parameter via rotational invariance techniques)[1]方法等,其中尤以 Yang 提出的 PAST(projection approximation subspace tracking)算法和 PASTd(projection approximation subspace tracking deflation)[28]算法因其收敛速度快及误差性能好而应用十分广泛。通过对上述各种方法的分析和研究可以发现,对特征向量的估计大多还是从子空间估计入手,而对特征向量进行直接估计的研究工作不多。子空间估计存在以下问题:a)基于奇异值分解的估计方法比其他算法具有更好的性能,这是因为它能提高信噪比,而信噪比是影响谱估计性能的一个重要因素,但这些方法不能在短时间内得到准确解,运算量很大;b)PAST 算法和 PASTd 算法虽然具有较快的收敛速度及良好的误差性能,但由于它是基于投影近似的方法对子空间进行跟踪,估计的准确性一般;c)算法存在稳健性问题,信噪比低时空间估计的精度下降;d)能否得到正交性较强的子空间估计。由于子空间是由特征向量张成的,所以上述问题同样存在于对特征向量的估计。对特征向量作出直接的、无须进行特征提取的迭代估计在现代信号处理中是很重要的。

针对以上问题,本文提出一种基于压缩技术和子空间迭代的特征向量迭代估计算法。由于 MUSIC 谱估计是通过求解相关阵的特征向量完成信号的频率估计及功率谱估计[9],在雷达、声纳、通信和地震信号处理等领域都有十分广泛的应用前景,所以本文将该算法应用到这类谱估计中。

收稿日期: 2011-07-10; **修回日期**: 2011-08-15

作者简介: 孙琦(1980-),女,黑龙江肇东人,博士研究生,主要研究方向为语音信号处理及谱估计(sq227@126.com);赵晓晖(1957-),男,教授,博导,博士,主要研究方向为自适应信号处理理论及在通信中的应用;张芝贤(1959-),男,教授,硕士,主要研究方向为通信与电子系统.

1　基于压缩技术的子空间迭代法

设具有零均值的广义平稳随机过程输入向量 $\boldsymbol{a}(n)=[a(n),a(n-1),\cdots,a(n-N+1)]^{\mathrm{T}}$,其自相关矩阵定义为

$$\boldsymbol{R}=E[\boldsymbol{a}(n)\boldsymbol{a}^{\mathrm{H}}(n)]=\begin{bmatrix} r(0) & r(1) & \cdots & r(N-1) \\ r(-1) & r(0) & \cdots & r(N-2) \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ r(-N+1) & r(-N+2) & \cdots & r(0) \end{bmatrix} \tag{1}$$

其中:$r(k),k=0,1,\cdots,N-1$ 是随机过程 $\boldsymbol{a}(n)$ 的自相关函数。并有 $r(-k)=r^{*}(k)$ 或 $\boldsymbol{R}^{\mathrm{H}}=\boldsymbol{R}$,即 $\boldsymbol{R}$ 是埃尔米特矩阵。由 λ 的 N 阶多项式 $|\lambda\boldsymbol{I}-\boldsymbol{R}|=0$ 可求矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的特征值 $\lambda_i,i=0,1,\cdots,N-1$。设 $\boldsymbol{x}_i$ 为非零向量,满足条件 $\boldsymbol{R}\boldsymbol{x}_i=\lambda_i\boldsymbol{x}_i$ 的向量 $\boldsymbol{x}_i$ 称为关于 λ_i 的特征向量。

子空间迭代法是求解自相关矩阵特征向量问题的有效方法之一。它是通过一组初始向量,利用迭代方法快速求出信号(或噪声)子空间的一组标准正交基,而无须对自相关矩阵作特征分解。首先引出子空间迭代法,然后将数据压缩技术应用到子空间迭代法中,得到一种新的特征向量直接迭代求解的方法。

设 $\boldsymbol{R}$ 是输入数据向量 $\boldsymbol{a}(n)=[a(n),a(n-1),\cdots,a(n-N+1)]^{\mathrm{T}}$ 的 N 阶自相关矩阵,其特征值为 $\lambda_1,\lambda_2,\cdots,\lambda_N$,且 $\lambda_1\geqslant\lambda_2\geqslant\cdots\geqslant\lambda_p\geqslant\lambda_{p+1}\geqslant\cdots\geqslant\lambda_N$。相应的标准特征向量为 $\boldsymbol{x}_1,\boldsymbol{x}_2,\cdots,\boldsymbol{x}_N$。设 p 和 r 是正整数,且 $r<p<N$,$\boldsymbol{X}^{(0)}$ 是 $N\times p$ 列正交规范初始矩阵,即 $\boldsymbol{X}^{(0)}$ 是满足性质 $\boldsymbol{X}^{(0)\mathrm{T}}\boldsymbol{X}^{(0)}=\boldsymbol{I}_p$ 的矩阵,$\boldsymbol{I}_p$ 是 $p\times p$ 的单位矩阵,则计算 $\boldsymbol{R}$ 的 r 个最大特征值及相应的特征向量的子空间迭代法如下:

a)初始化,取 $N\times p$ 列正交规范初始矩阵 $\boldsymbol{X}^{(0)}$;

b)对于 $n=1,2,\cdots$

(a) $\boldsymbol{X}^{(n)}=\boldsymbol{R}\boldsymbol{X}^{(n-1)}$,$\boldsymbol{X}^{(n)}=[\boldsymbol{X}_1^{(n)},\boldsymbol{X}_n^{(n)},\cdots,\boldsymbol{X}_p^{(n)}]$;

(b)对 $\boldsymbol{X}^{(n)}$ 进行 QR 分解,$\boldsymbol{X}^{(n)}=\boldsymbol{Q}^{(n)}\boldsymbol{A}^{(n)}$,其中 $\boldsymbol{Q}^{(n)}$ 是 $N\times p$ 列正交规范矩阵,$\boldsymbol{A}^{(n)}$ 是 p 阶上三角矩阵;

(c)形成矩阵 $\boldsymbol{B}^{(n)}=\boldsymbol{Q}^{(n)\mathrm{T}}\boldsymbol{R}\boldsymbol{Q}^{(n)}$;

(d)计算 $\boldsymbol{B}^{(n)}$ 的特征值 $\mu_i^{(n)}$ 及相应的标准正交特征向量 $y_i^{(n)}$ $(i=1,2,\cdots,p)$,令 $\boldsymbol{D}^{(n)}=\mathrm{diag}(\mu_1^{(n)},\mu_2^{(n)},\cdots,\mu_p^{(n)})$,$\boldsymbol{Y}^{(n)}=[y_1^{(n)},y_2^{(n)},\cdots,y_p^{(n)}]$;

(e)计算向量矩阵 $\boldsymbol{S}^{(n)}=\boldsymbol{Q}^{(n)}\boldsymbol{Y}^{(n)}=[s_1^{(n)},s_2^{(n)},\cdots,s_p^{(n)}]$;

(f)判断收敛性,如果 $\|\boldsymbol{R}[s_1^{(n)},\cdots,s_r^{(n)}]-[s_1^{(n)},\cdots,s_r^{(n)}]\boldsymbol{D}_1^{(n)}\|_F<\varepsilon$,则结束;否则 $\boldsymbol{X}^{(n-1)}=\boldsymbol{S}^{(n)}$。

其中:$\boldsymbol{D}_1^{(n)}=\mathrm{diag}(\mu_1^{(n)},\mu_2^{(n)},\cdots,\mu_r^{(n)})$,$\mu_1^{(n)},\mu_2^{(n)},\cdots,\mu_r^{(n)}$,$s_1^{(n)},s_2^{(n)},\cdots,s_r^{(n)}$ 分别是对 r 个最大特征值及其所对应的特征向量的估计。当输入 $\boldsymbol{a}(n)$ 为复数据时,子空间迭代法同样适用。$\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数,$\boldsymbol{X}^{(0)}$ 通常是随机选取 p 个向量,然后用改进 Gram-Schmidt 正交化方法得到 $N\times p$ 列正交规范初始矩阵。

子空间迭代法无须对自相关矩阵作特征分解,得到的是信号子空间的一组标准正交基,没有对特征向量作出直接的估计;对于初始矩阵 $\boldsymbol{X}^{(0)}$ 需要用正交化的方法得到;而且当算法在执行步骤(d)时,还要计算 p 阶矩阵 $\boldsymbol{B}^{(n)}$ 的特征值及相应的标准正交特征向量,算法运算量较大。

基于上述的问题,考虑将压缩技术应用到子空间迭代法中[28,10]。对于简单的 1 向量($p=1$)的情形,子空间迭代法的迭代结果是由 $\boldsymbol{R}$ 的最大标准特征值和其所对应的标准特征向量给定,压缩技术的主要思想是主要分量的序惯估计。首先,用 $p=1$ 的子空间迭代法更新最大的特征向量,然后从数据向量 $\boldsymbol{a}(n)$ 中去掉在该数据向量上的投影,因为现在第二个特征向量成为更新了的数据向量中最大的特征向量,可以用子空间迭代法继续进行提取。重复进行该过程,可以顺序迭代地估计所有所需的特征成分。具体算法如下:给定输入数据向量 $\boldsymbol{a}(n)=[a(n),a(n-1),\cdots,a(n-N+1)]^{\mathrm{T}}$,初始化 $\boldsymbol{b}_i(0)$ 和 $\boldsymbol{R}_i(0)$

for　$n=1,2,\cdots$

$$\boldsymbol{a}_1(n)=\boldsymbol{a}(n) \tag{2}$$

for　$i=1,2,\cdots,p,\cdots,N$

$$\boldsymbol{R}_i(n)=\gamma\boldsymbol{R}_i(n-1)+(1-\gamma)\boldsymbol{a}_i(n)\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{H}}(n) \tag{3}$$

$$\boldsymbol{b}_i(n)=\boldsymbol{R}_i(n)\boldsymbol{b}_i(n-1) \tag{4}$$

$$\boldsymbol{x}_i(n)=\frac{\boldsymbol{b}_i(n)}{\|\boldsymbol{b}_i(n)\|} \tag{5}$$

$$\lambda_i(n)=\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{H}}(n)\boldsymbol{R}_i(n)\boldsymbol{x}_i(n) \tag{6}$$

$$\boldsymbol{e}_i(n)=\boldsymbol{R}_i(n)\boldsymbol{x}_i(n)-\boldsymbol{x}_i(n)\lambda_i(n) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{b}_i(n)=\boldsymbol{x}_i(n) \tag{8}$$

$$\boldsymbol{a}_{i+1}(n)=\boldsymbol{a}_i(n)-\boldsymbol{x}_i(n)\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{H}}(n)\boldsymbol{a}_i(n) \tag{9}$$

end

end

同子空间迭代法一样,本算法对输入 $\boldsymbol{a}(n)$ 为复数据时也是同样适用的。实际上,第二个 for 循环的主体对应于单个向量($p=1$)情形时的子空间迭代法,算法的最后等式描述了压缩步骤:从 $\boldsymbol{a}_i(n)$ 中减去其沿第 i 个特征方向的分量。初始化时 $\boldsymbol{R}_i(0)$ 置为 $N\times N$ 的零矩阵,$\boldsymbol{b}_i(0)$ 可置为 $N\times 1$ 维的单位向量,省去了子空间迭代法初始化时的正交化步骤。其中 $R_i(n)$ 为向量序列 $\boldsymbol{a}_i(n)$ 的自相关矩阵的估计,$x_i(n),i=1,\cdots,N$ 为输入向量序列 $\boldsymbol{a}(n)$ 的自相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的第 i 个特征向量的估计,$\lambda_i(n),i=1,\cdots,N$ 为输入向量序列 $\boldsymbol{a}(n)$ 的自相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的第 i 个特征值的估计。使用遗忘因子 $\gamma(0<\gamma<1)$ 是为了当系统操作于非稳定环境时能够提供跟踪能力。将本算法与子空间迭代法进行比较可以看出,由于在本算法中采用 $N\times 1$ 维的向量进行迭代,使原方法中的求解 $\boldsymbol{X}^{(n)}$ 转换为新方法中的求解 $b_i(n)$,省去了步骤(b)的 QR 分解;使原方法中的求解 $\boldsymbol{B}^{(n)}$ 转换为新方法中的求解 $\lambda_i(n)$,省去了步骤(d)的特征值分解,并直接得到了自相关矩阵 $\boldsymbol{R}$ 的特征值估计;将原方法中的判断收敛性转换为新算法中的求解误差 $e_i(n)$,省去了步骤(f)的矩阵 Frobenius 范数的计算,大大减少了运算量。通过计算可知,本算法的复杂度是 $O(N^2)$,而通过相关矩阵特征分解求特征向量的算法复杂度为 $O(N^3)$,因而本文提出的算法的计算复杂度降低了许多,从而提高了算法的实时性。由于它是一种迭代算法,更利于其硬件实现,当阶数 N 较大时,本文的优越性将愈加明显。

2　算法的仿真及在谱估计中的应用

下面分三个部分对本文提出的基于压缩技术和子空间迭代的特征向量迭代估计算法进行仿真和性能分析。

1)输入数据向量 $\boldsymbol{a}(n)$ 采用双正弦序列加白噪声序列的形式,即

$$a(n)=\sin(\omega_0 n)+\sin(\omega_1 n)+v(n) \tag{10}$$

其中:$\omega_0=0.3\pi$,$\omega_1=0.35\pi$,$v(n)$ 为零均值白噪声,方差(噪声功率)$\rho_w=0.01$,$N=2$ 为输入数据向量 $\boldsymbol{a}(n)$ 的维数。取 1 000 点输入数据,直接计算其自相关矩阵 $\boldsymbol{R}=\begin{pmatrix}1.0081 & 0.5223\\ 0.5223 & 0.9980\end{pmatrix}$,

对其进行特征值分解，得特征向量分别为 $\bar{x}_1=[-0.7105,-0.7037]^T$ 和 $\bar{x}_2=[0.7037,-0.7105]^T$。用本文提出的算法式(2)(9)，得特征向量分别为 $x_1=[-0.7076,-0.7066]^T$ 和 $x_2=[0.7066,-0.7076]^T$。可见用本文算法得到的特征向量的估计值与用特征值分解法得到的特征向量非常接近。如果输入数据点数增加时两种方法得到的结果更加接近。设 $x_1(n)=[x_{11}(n),x_{12}(n)]$，$x_2(n)=[x_{21}(n),x_{22}(n)]$，图 1 和 2 给出 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 的收敛过程。

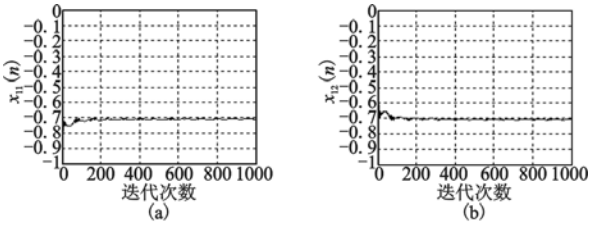


图1　$x_1(n)$ 的收敛过程

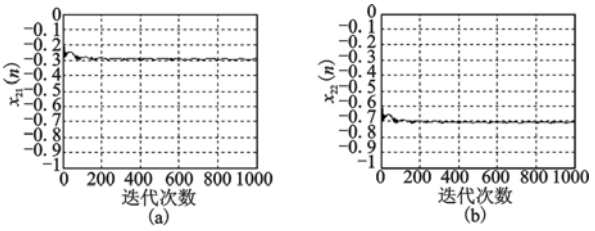


图2　$x_2(n)$ 的收敛过程

2)输入向量 $a(n)$ 同上，$N=4$，取 1 000 点输入数据，由式(2)(9)得到估计误差 $t(n)=e_1(n)=R_1(n)x_1(n)-\lambda_1(n)x_1(n)$ 的曲线如图 3 所示。由图 3 可以看出，在 200 点时估计误差已经基本收敛为零。

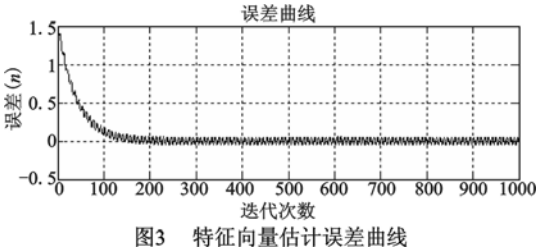


图3　特征向量估计误差曲线

3)通过计算机仿真将基于压缩技术的子空间迭代法应用到 MUSIC 谱估计中，与标准 MUSIC 谱估计进行对比分析来验证本文提出的方法可以精确地实现迭代形式下的 MUSIC 谱估计。取标准 MUSIC 谱估计的自相关函数矩阵阶数为 8 阶，通过改变本文提出算法的阶数(即为输入数据向量自相关矩阵的阶数)来验证该算法在谱估计中的有效性、精确性和优越性。输入数据向量 $a(n)$ 采用双复正弦加白噪声的形式，即

$$a(n)=\exp(j\omega_0 n)+\exp(j\omega_1 n)+v(n) \tag{11}$$

其中：$\omega_0=0.3\pi$，$\omega_1=0.35\pi$，$v(n)$ 为零均值白噪声，方差(噪声功率)为 ρ_w，N 为输入数据向量 $a(n)$ 的维数。取 1 000 点输入数据，运用本文算法(式(2)(9))分别对 ρ_w 以及 N 的不同取值进行了谱估计性能的对比分析。当分别取 $\rho_w=0.01$，$\rho_w=0.2$，$N=8$ 和 $N=20$ 进行仿真计算，其结果分别如图 47 所示。图 4 和 5 表明，当噪声较小时，通过增大本文提出算法的阶数，所得到的估计性能要明显优于标准的 MUSIC 谱估计。图 6 和 7 表明，当噪声较大时，通过增大本文算法的阶数，仍能准确地区分出两个正弦信号，得到的谱估计效果要好于标准的 MUSIC 谱估计。随着阶数的增加，算法运算量虽有一定增加，但由于本方法是一种迭代方法，所以其计算量和复杂度要比 MUSIC 谱估计小得多。这就验证了本文的特征向量迭代估计算法的有效性和优越性，也验证了将该特征向量迭代估计算法应用到谱估计中的实际效果。

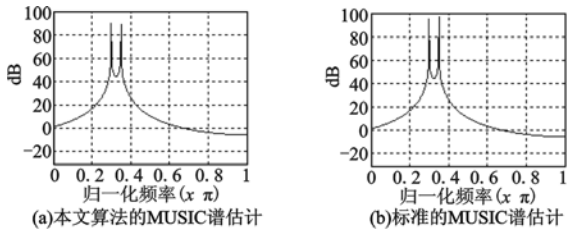


图4　ρ_w=0.01, N=8的仿真结果

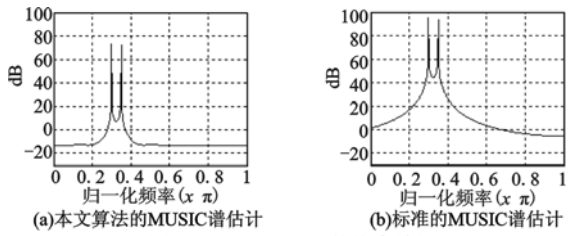


图5　ρ_w=0.01, N=20的仿真结果

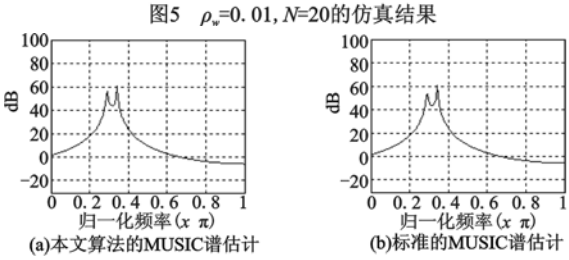


图6　ρ_w=0.2, N=8的仿真结果

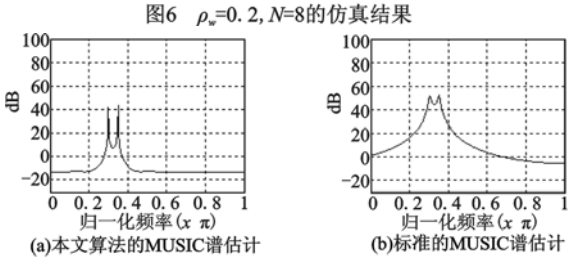


图7　ρ_w=0.2, N=20的仿真结果

3　结束语

本文提出一种基于压缩技术的子空间迭代法。该算法通过改进子空间迭代法，并将压缩技术应用到子空间迭代法中，迭代求解特征向量。由于该算法采用迭代形式，同传统的特征向量计算方法相比，该算法可有效地减少运算量和计算复杂度，容易实时实现，且具有很高的估计精度。当把该算法应用到谱估计中，通过计算机仿真实验可知，它优于传统的 MUSIC 谱估计方法。该算法对于现代信号处理中的特征向量分析和有关利用特征向量进行信号处理的各种应用都具有应用价值和实用意义。

参考文献：

[1] STROBACH P. Fast recursive subspace adaptive ESPRIT algorithms [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 45(2): 2413-2430.

[2] YANG B. Projection approximation subspace tracking [J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(1): 95-107.

[3] 王纯，张林让. 基于快速数据投影法的多目标角跟踪[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(9)：1815-1818.

[4] MERAIM A K, CHKEIF A, HUA Y. Fast orthonormal PAST algorithm[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2000, 7(3): 60-62.

(下转第 556 页)

以广泛应用于刻画定性概念的不确定性及其动态变化。本文以人类记忆的遗忘过程为例,说明云映射描述定性概念不确定性变化的有效性。

德国心理学家 Ebbinghaus 研究发现,人类记忆的遗忘过程大致符合指数规律。记忆保持量 r(无单位量纲,1 表示没有遗忘,0 表示完全遗忘)与时间 t(单位:h)的经验公式为

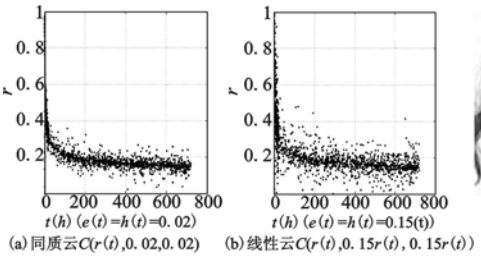
$$r=\frac{a}{(\log t)^{b}+a} \tag{14}$$

其中:a 和 b 为常数,经验值分别为 $a=1.84$, $b=1.25$。

人的记忆能力存在个体差异,即使同一个人在不同时期、对不同事物的记忆能力也不相同。式(14)是从时域到记忆保留量的一个精确变换,是对人类遗忘过程的抽象,其精确特征不能描述个体记忆能力和被记忆事物的差异性,因此可以采用云映射来刻画遗忘过程。

图 5 分别给出了特征函数为 $C(r(t),e(t)=0.02,h(t)=0.02)$ 和 $C(r(t),e(t)=0.1r(t),h(t)=0.1r(t))$ 的映射云。

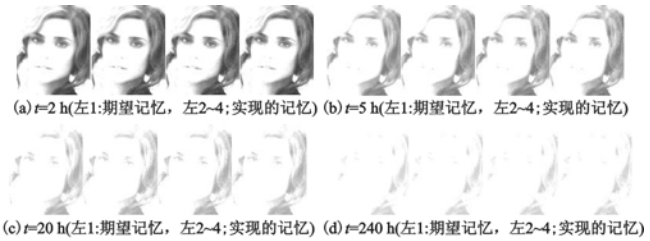
在图 5 的两个遗忘映射云指导下,图 6 所示的原始人脸在人的记忆中的遗忘过程分别如图 7 和 8 所示。两组图分别给出了经过 2 h、5 h、20 h、10 d 后对原始人脸保留的记忆。其中每行图的左 1 为该时刻对原始人脸保留记忆的期望,其他三个为在映射云指导下实现的三个保留记忆。可以看出,期望保留记忆相对清晰,而实现的保留记忆较为模糊,且同一时刻各实现的保留记忆存在差异。因此遗忘映射云能够描述遗忘过程的不确定性。



(a) 同质云 $C(r(t),0.02,0.02)$　(b) 线性云 $C(r(t),0.15r(t),0.15r(t))$

图5　遗忘映射云

图6　原始人脸



(a) t=2 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)　(b) t=5 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)

(c) t=20 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)　(d) t=240 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)

图7　人脸在记忆中的衰退过程 $C(r(t),0.02,0.02)$

表 1 给出了 5 h 后两个遗忘映射云各自实现的一个记忆保留量云滴。可以看出,对于同质遗忘映射云 $C(r(t),0.02,0.02)$,实现的一个记忆保留量为 0.493 4,且其确定度为 0.971 0。线性遗忘映射云 $C(r(t),0.15r(t),0.15r(t))$ 此时的熵和超熵为 0.075 6,实现的一个记忆保留量为 0.508 7,且其确定度为 0.891 6。因此,遗忘映射云不仅能够描述遗忘过程的不确定性,且能够回答在任意时刻实现的记忆保留量的确定程度。改变熵函数和超熵函数,还能够设计不同的符合需要的遗忘过程。

(a) t=2 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)　(b) t=5 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)

(c) t=20 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)　(d) t=240 h(左1:期望记忆, 左2~4:实现的记忆)

图8　人脸在记忆中的衰退过程 $C(r(t),0.15r(t),0.15r(t))$

表 1　5 h 后遗忘映射云实现的记忆保留量云滴

遗忘映射云	$r(5)$ 期望	$e(5)$	$h(5)$	实现的 $r(5)$	实现的 μ
$C(r(t),0.02,0.02)$	0.5037	0.0200	0.0200	0.4934	0.9710
$C(r(t),0.15r(t),0.15r(t))$	0.5037	0.0756	0.0756	0.5087	0.8916

5　结束语

本文提出了云映射和映射的隶属云概念。采用映射的期望(即精确映射 $y=f(x)$)、熵函数和超熵函数构造映射隶属云,刻画定性概念的模糊性和随机性在自变量取值空间的变化情况,给出了映射云的逆向生成算法和正向生成算法。应用实例说明了映射隶属云的有效性。

云映射和映射云概念为不确定现象的动态变化提供研究工具。未来的研究包括复合型云映射、云映射性质及其应用的进一步发掘等。

参考文献:

[1] 李德毅,刘常昱,杜鹢,等. 不确定性人工智能[J]. 软件学报,2004,15(11):1583-1594.

[2] 李德毅,孟海军,史雪梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. 计算机研究与发展,1995,32(6):15-20.

[3] 郭戎潇,夏靖波,董淑福,等. 一种基于多维云模型的多属性综合评价方法[J]. 计算机科学,2010,37(11):75-77.

[4] 夏建明,杨俊安,张琼. 基于数据符号化表示和云模型的时序数据生成方法[J]. 计算机应用研究,2010,27(10):3691-3693,3697.

[5] 宋晶,戚建淮. 基于云变换和特性关系下粗糙集的决策树构造[J]. 西南交通大学学报,2010,45(2):312-316.

[6] 代劲,何中市. 基于云模型的决策表规则约简[J]. 计算机科学,2010,37(6):265-267,277.

[7] 刘常昱,李德毅,杜鹢,等. 正态云模型的统计分析[J]. 信息与控制,2005,34(2): 236-239,248.

[8] 李德毅,刘常昱. 论正态云模型的普适性[J]. 中国工程科学,2004,6(8): 28-34.

(上接第 552 页)

[5] 梁炎夏,李会勇,黄秋钦,等. 基于 PASTd 的圆阵 ESPRIT 算法[J]. 系统仿真技术, 2010,6(3):187-191.

[6] DOUKOPOULOS X G, MOUSTAKIDES G V. Fast and stable subspace tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing,2008,56(4):1452-1465.

[7] 魏志强,李艳玲,陈招迪. 基于特征向量跟踪的数据压缩 MMSE 多用户检测[J]. 华北水利水电学院学报, 2010,31(5):110-112.

[8] LIAO B, ZHANG Z G, CHAN S C. A new robust kalman filter-based subspace tracking algorithm in an impulsive noise environment[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-Ⅱ,2010,57(9):740-744.

[9] SCHMIDT R O. Multiple emitter location and signal parameter estimation[J]. IEEE Trans on Antennas Propagation,1986,34(3): 276-280.

[10] SANTOS P L, RAMOS J A, JORGE L M. Identification of bilinear systems with white noise inputs: an iterative deterministic-stochastic subspace approach[J]. IEEE Trans on Control Systems Technology,2009,17(5):1145-1153.