

基于稀疏性的图像去噪综述*

郭德全^{1,2}, 杨红雨^{1,3}, 刘东权³, 何文森³

(1. 四川大学 视觉合成图形图像技术国防重点实验室, 成都 610065; 2. 内江职业技术学院 机械系, 四川 内江 641100; 3. 四川大学 计算机学院, 成都 610064)

摘要: 利用图像的稀疏与冗余表达模型去噪是当前较为新颖的去噪方法, 在对国内外稀疏模型去噪文献进行理解和分析的基础上, 回顾稀疏性去噪研究的发展, 阐明稀疏去噪的原理与降噪模型。总结用于稀疏去噪中的各类方法, 介绍利用稀疏性在图像去噪中的分解与重构过程, 并将小波法去噪、多尺度几何分析法去噪、独立成分分析法去噪中所涉及的传统稀疏性与当前的稀疏与冗余表达模型去噪对比分析。最后基于对稀疏性去噪方法的分析, 提出对稀疏去噪研究方法的一些展望。

关键词: 稀疏去噪; 降噪模型; 小波方法; 多尺度几何分析; 独立成分分量

中图分类号: TP391.9 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)02-0406-08

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.02.002

Overview on sparse image denoising

GUO De-quan^{1,2}, YANG Hong-yu^{1,3}, LIU Dong-quan³, HE Wen-sen³

(1. Key Laboratory of Fundamental Synthetic Vision Graphics & Image Science for National Defense, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Dept. of Machinery Engineering, Neijiang Vocational & Technical College, Neijiang Sichuan 641100, China; 3. College of Computer Science, Sichuan University, Chengdu 610064, China)

Abstract: Image denoising through sparse and redundant representation modeling has been well acknowledged as an important approach of image denoising in recent years. This paper attempted to make an overview of sparse model denoising based on understanding and analysis of recent domestic and abroad literatures. To begin with, this paper reviewed the development of sparse denoising research, and clarified the principle and noise model of sparse denoising. Next, summarized several methods in procedure of sparse denoising, and introduced sparse decomposition and reconstruction in the process of image denoising. In addition, described the other denoising methods, such as the wavelet denoising method, multi-scale geometric analysis(MGA) denoising approach, independent component analysis denoising technique, and then compared and analyzed the relationships between the recent sparse and redundant representation modeling denoising method and other traditional sparse methods. Finally, pointed the problem and some future directions of sparse denoising method.

Key words: sparse denoising; denoising model; wavelet method; multi-scale geometric analysis; independent component analysis

0 引言

图像是人们获取信息中一种极为重要的信息源, 现实中的图像都存在各种噪声干扰, 在图像获取、转换与传输等过程中, 常受到成像设备自身因素与外界环境条件影响, 导致所成图像上出现一些随机、离散或孤立的点, 即图像噪声。含有噪声的图像会给后续图像分析, 如压缩、编码、识别造成不利影响, 当然也会影响视觉效果。为抑制噪声, 改善图像质量所进行的处理叫做图像去噪(或称降噪)。去噪主要任务是最大可能地将实际信号与噪声信号分离开, 剔除噪声信号, 保留真实信号, 以达到还原真实图像目的。去噪主要是提高图像的信噪比或峰值信噪比(peak signal noise ratio, PSNR)与降低均方误差(mean square error, MSE), 突出图像特征信息的过程。图像去噪算法遵循的规则是在去除噪声的同时能尽可能多地保护图

像的边缘细节信息, 使得图像更加真实再现目标场景。因此在图像处理前期加入降噪或去噪过程, 显得极为重要。

现实中噪声是随机分布的, 如果人为地把它定义成一种模型是不准确的(虽然可从一定程度上减少噪声)。事实上, 噪声无法完全去除, 只能使重现信号尽可能接近原始信号^[1]。噪声还是一个主观上的感觉, 它由不同频率、不同强度干扰无规则地组合在一起。

在频域中, 根据信号和噪声所在频段不同进行低通、高通滤波或带通滤波^[1]。传统的图像去噪方法主要集中在空域或频域的局部分析, 因此在抑制图像噪声的同时, 损失了图像细节信息, 使去噪后图像变模糊。均值滤波、灰度变换、直方图均衡等方法是比较典型的空域去噪方法。空域中的均值滤波是对每个像素点进行均值处理, 对该像素点为中心的小邻域内所有像素点加权值的平均值作为中心像素点滤波后值。该算法

收稿日期: 2011-08-30; **修回日期:** 2011-09-30 **基金项目:** 四川省科技创新工程资助项目(2010-026); 国家“973”计划资助项目(2009CB320803)

作者简介: 郭德全(1982-), 男, 四川隆昌人, 博士研究生, 主要研究方向为信号与信息处理(gdq2008@gmail.com); 杨红雨(1967-), 女, 教授, 博导, 主要研究方向为图像处理; 刘东权(1956-), 男, 教授, 博导, 主要研究方向为医学信号与图像处理; 何文森(1986-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为图像处理、视频分析。

简单易懂,对各种图像和噪声类型都能进行处理,由于仅是一种平滑过程,在图像特征本身不是很平滑的图片中,处理结果很不理想^[2]。而中值滤波、维纳线性滤波等方法大多只使用图像数据中二阶统计特性^[1],图像中重要特征主要通过高阶统计特性体现,所以这些方法在图像去噪中都不是很满意。

假定在含噪图像中,有用信息部分频率较低,而噪声频率较高,实际上此假设条件并不总是成立。一方面,图像细节和边缘等有用信息含有高频分量;另一方面,噪声虽然以高频成分为主,但也含有低频成分。因此,图像中的有用信息部分和噪声往往在频带上存在重叠部分,这是造成基于有用信息和噪声频率特性差别的传统去噪方法存在缺陷的根本原因^[3]。其他常见的去噪方法有基于马尔可夫场模型和基于偏微分方程的方法、小波域方法、主成分分量法及几何尺度分析方法等。

基于图像稀疏性与冗余表达模型的去噪方法,将图像有用信息部分作为图像中稀疏成分,而将图像中的噪声作为图像(去除其中稀疏成分后得到)残差,以此作为图像去噪处理的基础^[13]。任何噪声可视作真实信号之上加入的干扰,关键是如何确定有用和无用成分。稀疏信号定义为:若信号仅有有限非零采样点,而其他采样点均为零(或接近于零),则称信号是稀疏的。但是,现实中时域内自然图像信号通常是非稀疏,严格稀疏的信号很少,尽管有些位置的值很小,但不一定等于零。于是引入可压缩信号概念,其定义为:如果某一信号在不丢失任何信息(大部分信息)的条件下通过某种变换可以得到稀疏信号,也就是说信号在某些变换域是稀疏的,则称之为可压缩信号^[4]。利用可压缩性去逼近原始信号。稀疏性可用于图像信号去噪,主要是基于稀疏性以下几个特征^[2]:

a) 自适应性。稀疏分解不需要先验图像信号与噪声的统计特性,通过信号在过完备库上分解,用以表示信号基,可自适应地根据图像信号本身特点灵活选取。分解的结果将是一个非常简洁的表达。

b) 不相关性。原始真实图像信号与观测图像信号之间的不相关性,以及真实图像信号元素间有某种内在的联系,而噪声分布是孤立、随机、离散的。

c) 原子化。借助于原子能量特性,对图像信号进行稀疏分解。通过形成大小两类原子,分别提取时域上分布比较长的信息成分与时域比较短的信息成分(信号的细节)。利用过完备原子库的稀疏性表示图像,常用的是基于匹配跟踪(matching pursuit, MP)算法,实现快速计算,提取有用信息。

1 稀疏去噪问题的描述

1.1 生物特性稀疏解释

当人在感知外界目标时,在生理与心理上进行着潜意识目标选择,而不是简单表现为低频与高频信息。相关模型研究表明,在视觉皮层复杂刺激的表达是采用稀疏编码原则。灵长目动物颞叶视觉皮层和猫视觉皮层的电生理实验报告表明^[5,6],稀疏编码模型很好地描述了初级视觉皮层简单细胞编码外界视觉刺激图像的过程和特征,其编码方案既符合生物进化普遍能量最小经济策略,又满足电生理的实验结论^[7]。

这种动态映射和表达层细胞的发放特性导致细胞发放的稀疏分布,它不仅具有群体分布式的特点,而且具有特异性,即具有局域分布性。这种局域性表示图像某些主要特征分布,揭示图像结构信息在皮层神经元集群中的分布式表达。它在一

定程度上与图像的独立成分分析方法^[8,9],但它更符合生物学过程,因为它是一种基于超定基学习算法。学习过程就是生物体根据外界环境进行自我调节的过程,它的初值不随机,而具有一定结构,由先天基因所决定。这两点是独立成分分析算法所不具备的。

杨谦等人^[10]在Poggio等人研究的基础上进一步指出,哺乳动物纹状皮层简单细胞的空间感受野在电生理实验中被描述为局部、具有朝向和带通性质的信号编码检测器,针对图像产生电发放的输出活动呈现稀疏分布的形式。从检测图像的物理过程入手,可建立一个基于超定完备基的简单细胞集群稀疏编码计算模型,用于图像编码表达。Olshausen与Field曾指出,自然场景的线性稀疏编码产生的特征质量与V1简单细胞区域的感知相近^[7]。

1.2 数学上稀疏性解释

Mallat等人总结前人研究成果,于1993年提出了信号在过完备原子库上分解的思想^[11]。由于信号稀疏表示的优良特性,信号稀疏表示研究很快被从一维信号推广到作为二维信号的图像表示研究上,能快速提取图像有用信息。文献[8]中指出非负稀疏编码(non-negative sparse code, NNSC)是建模哺乳动物初级视觉系统主视皮层V1区简单细胞感受野的一种神经网络编码方法。这种编码方法是一种神经信息处理方法,仅依靠外界自然感知信息的统计特性,是一种自适应的自然图像统计方法。从数学的角度而言,它同标准稀疏编码^[12]、独立分量分析(independent component analysis, ICA)和非负矩阵因式分解(non-negative matrix factorization, NMF)一样,也是对多维数据进行线性分解的一种表示方法。它们在某些恰当的条件限制下,通过减少编码元素之间的相关性,在图像编码领域已经取得了成功的应用。

文献[12]分析了非负矩阵因式分解、VQ(vector quantization)方法及其对目标选取上的差异。比如在人脸图像上,VQ发现整个人脸部分,主成分分量(principal components analysis, PCA)获取特征脸,可能有些是对整个脸的歪曲,而NMF则有根本上的不同,提取的图像是定位于对人脸较好的视觉认知特征。

图像有效表示的目标是寻找一组基以张成这个图像空间,使得变换(投影)所得系数对于整个自然图像尽可能具有统计无关特性,从某种意义上来说,也就是使得非零或者非接近于零的系数尽可能少。 L^2R^N 空间中,正交基相当多,这种非唯一性极大地满足了实际问题要求。被选择出的基集合必须张成这个图像空间,但希望它们不应该含有冗余(基是线性独立)。正是由于正交基许多严格条件限制,使得正交基展开更简单,但图像的稀疏表示不够理想。因为每组正交基只对图像某一种特性有效,而不能对其他特性有效,所以使得人们放宽正交基的某些严格条件限制以获得更好的图像表示,自然地想到用框架(超完备基)表示图像。

1.3 去噪模型——稀疏分解与重构

异于传统的图像去噪,基于图像稀疏分解的图像去噪方法先从图像中提取出图像的稀疏成分,然后利用图像的稀疏成分重建图像,即得去噪声后的图像^[3]。根据Donoho^[14]压缩感知与去噪理论: $f(k) = s(k) + n(k)$, $f(k)$ 为观测信号, $s(k)$ 为无噪声的原始信号, $n(k)$ 是噪声信号^[15]。

人的视觉感知系统通过对外界刺激产生感受野,进行特征

提取,并将其表达为视觉细胞活动状态。假设图像为 $I(x, y)$, 采用 Olshausen 等人^[7]提出的信息编码的模型描述,可得

$$I(x, y) = \sum_i \alpha_i(x, y) \varphi_i \quad (1)$$

其中: $I(x, y)$ 是原始图像像素值; $\alpha_i(x, y)$ 是特征基向量; φ_i 是随机组合系数,对应简单细胞的活动状态。由 φ_i 构成测量矩阵, Baraniuk 和 Candès 等人^[16,17]认为, φ_i 可在一定条件下重构。Donoho 等人^[18]从定性与定量的角度给出 φ_i 满足三个特征: a) 测量矩阵的列向量必须满足一定的线性独立性; b) 测量矩阵列向量体现某种类似噪声的独立随机性; c) 满足稀疏度的解亦满足 L_1 范数最小的向量。

因为特征基对应着局部时域和频域特征,当图像在某一频率和方向上有最明显的特征时,与之对应的神经元会有最大响应 ($\varphi_i = 1$),而其他神经元不响应 ($\varphi_i = 0$)。因此,将图像投影到基向量张成的特征子空间上,只有小部分神经元同时处于活跃状态,产生对该幅图像的稀疏表示^[19]。由最小重构误差和图像数据稀疏性可得代价函数:

$$E = \sum_{i=1}^n (I(x, y) - \alpha_i(x, y) \varphi_i)^2 + \lambda \sum_i S \left(\frac{\alpha_i}{\sigma} \right) \quad (2)$$

其中: λ 是正常量,决定第二项与第一项的相关性; σ 是尺度因子,求取代价函数最小化。

$$\alpha_i = b_i - \sum_j C_{ij} \alpha_j - \frac{\lambda}{\alpha} S' \left(\frac{\sigma_i}{\sigma} \right) \quad (3)$$

其中: $b_i = \sum_{x,y} \varphi_i(x, y) I(x, y)$, $C_{ij} = \sum_{x,y} \varphi_i(x, y) \varphi_j(x, y)$ 。 φ 学习更新准则为

$$\Delta \varphi_i(x_m, y_n) = \eta \langle \alpha_i [I(x, y) - I(x_m, y_n)] \rangle \quad (4)$$

其中: $I(x_m, y_n) = \sum_i \alpha_i \varphi_i(x_m, y_n)$ 是重建后的图像, η 是学习率。

基于图像稀疏分解的匹配跟踪算法是从过完备原子库中选择与图像内积最大的原子向量,即提取最为有用的信息,通过不断更新,提出的有用信息越多,图像残差就越小^[2]。由此可见,基于稀疏特性去噪实际上是寻找观测信号与原始信号最小差值,从而得到原信号的最佳恢复^[7]。对分解出的稀疏图像信号重构,即可实现去噪。为表达重构问题,定义向量 P 范数,当 P 为零时,得到向量零范数,代表 X 中非零项个数。当信号 X 稀疏时,求解方程组 $Y = AX$ 的问题转换为求最小零范数问题。求解中需要列出 X 中所有非零项位置各种可能的线性组合,才能获取最优解,这是一个 NP 难问题^[16]。Chen 等人利用稀疏分解问题,通过求解优化问题等同解来代替零范数时的解^[20]。当问题变成了一个解凸优化问题时,可以化简为线性规划问题。Candès 等人^[17]提出了一种含有少量先验知识,并在求解结果中加入适当期望的特性,在凸集上交替投影可快速求解出线性规划问题。Cormode 等人^[21]提出利用分组测试和随机子集选取来估计稀疏信号的非零系数的位置和取值,使信号重构更快。

Gilbert 等人在 2006 年 4 月提出了链式追踪 (chaining pursuit, CP) 方法来恢复信号,适用于稀疏度较大时^[22,23]。针对零范数最小提出的贪婪追踪算法,通过每次迭代时选择一个局部最优解来逐步逼近原始信号,如 OMP 算法 (orthogonal matching pursuit)^[24]、正则化正交匹配追踪 (regularized orthogonal matching pursuit, ROMP)、最优正交匹配追踪 (optimized orthogonal matching pursuit, OOMP)^[28]、稀疏自适应匹配追踪 (sparsity adaptive matching pursuit, SAMP); 针对范数最小提出的线性

规划最优化算法——凸松弛法^[26],这类方法通过将非凸问题转换为凸问题求解找到信号的逼近。例如,基追踪算法 (basis pursuit, BP)^[27]、梯度投影稀疏重构 (gradient projection for sparse reconstruction, GPSR) 等。组合算法中要求信号的采样支持通过分组测试快速重建。凸松弛法重构信号所需的观测次数最少,但往往计算负担很重;贪婪追踪算法在运行时间和采样效率上都位于另两类算法之间。

2 稀疏去噪的发展历史

1994 年 Mallat 等人提出了图像稀疏分解的 MP 方法,实现图像的稀疏性分解。对于含有噪声的图像,通过稀疏分解能找到最能匹配原始图像的有用信息而去除冗余信息^[28],该方法的不足之处在于选出的原子可能是已经入选的原子。接着研究者提出了正交匹配追踪算法^[24],与 MP 不同之处在于,它是一个正交投影,将所选的原子利用 Gram-Schmidt 正交化方法进行正交化处理,再将信号在这些正交原子构成的空间上投影,得到信号在各个已选原子上的分量和残余分量,然后用相同方法分解残余分量。研究表明,OMP 算法可以作为逼近方法找到全局最优解,而且收敛速度比 MP 算法更快。

Chert 等人提出了基追踪算法^[27],它是信号稀疏表示领域的一种新方法。它寻求从完备的函数集中得到信号的最稀疏的表示,即用尽可能少的基精确地表示原信号,从而获得信号的内在本质特性。基追踪方法采用表示系统的范数作为信号稀疏性度量,通过最小化,利用范数将信号稀疏表示问题定义为一类有约束的极值问题,进而转换成线性规划问题进行求解,但 BP 算法速度慢。

1996 年,Olshausen 等人^[7]在《Nature》上发表的文章,在生物视觉的初级过程中找到过完备稀疏表达证据,从另一个侧面推动图像稀疏分解的研究进展。

在稀疏编码方法中,数据特征仅依赖于数据的统计特性;而小波变换很大程度上依赖于某一确定的抽象数学特性,且此特性和自然数据统计特性几乎没有关系。所以基于稀疏编码的特征提取方法要优于小波方法^[29]。

在自然图像统计中,用稀疏编码方法实现图像特征提取及消除图像中的高斯噪声,此方法与 ICA 技术非常类似。尚丽等人^[29]用实验证明采用稀疏编码去提取自然图像数据时,稀疏编码方法能有效提取自然图像特征。稀疏编码收缩法去噪效果优于任何低通滤波方法。

求取最大似然估计的方法,文献^[30]给出了三种概率密度模型与参数估计,即一般稀疏密度模型和非常稀疏密度模型、广义拉普拉斯密度模型。算法中采用广义拉普拉斯密度模型,其密度函数为 $p(s) = \exp(-\sqrt{2}|s|) \wedge \sqrt{2}$ 。对 s 的极大似然估计为

$$\hat{s} = \text{sign}(s) \max(0, |s| - \sqrt{2}\sigma^2) \quad (5)$$

Li Shang 等人提出非负矩阵的稀疏编码形式压缩算法^[1,30]。2006 年尹忠科等人提出了基于稀疏分解的图像去噪方法,先对含有噪声的图像进行稀疏分解,不断减小残差部分,当达到设定要求时,利用分解所得图像的稀疏成分重建图像,则重建的图像即为去除噪声后的图像。稀疏分解采用 MP 算法,过完备库采用非对称原子库^[1,3]。文献^[31,32]提出类似于二维图像框架的三维数据组,在转换为三维组后压缩转换

谱。在减弱噪声的同时,协同滤波揭示最小细节信息,保留最为本质的个体块的特征。

在原子构成的冗余字典中,Aharon 等人^[33]找到一个合适的字典解决了对自然场景稀疏表达的困难,采用 K-SVD 能较好地处理灰度图像噪声;2008 年 Ji 等人利用 Bayesian 方法对其进行了改进^[34];2009 年 Wright 等人^[35]将稀疏表达用在人脸的表达上,排除噪声,较好地保留了脸部的本质信息。

3 稀疏去噪方法的分类

3.1 基于全局图像稀疏去噪

利用稀疏与冗余表达模型对全局图像降噪,首先考虑以下一些变量优化问题:

$$(p_0^*) \min_x \|X\|_0 \quad \text{s. t.} \quad \|Ax - y\|_2 \leq \varepsilon \quad (6)$$

其中:阈值 ε 与噪声的能量紧密相关,上述问题求解 \hat{x} 表达理想、干净,因此,输出为 $\hat{y} = A \hat{x}$ 。从随机观点,假设输入非零值,对最小均值误差逼近,取得较为稳定的去噪效果。上述形式要求对字典 A 有较为适宜的选择,在近年来引起很多学者关注。

小波系数的稀疏性已被用于压缩,还有很多提升空间,更多学者现在较为关注冗余表达,获得漂移不变性,不管边缘与否,在降噪中都同样对待。在 Curvelets、Contourlets、Wedgelets、Bandelets 等转换中,字典去噪效果要优于小波压缩。基追踪形式是通过观察典型图像稀疏表达幅度,发现不同尺度与方向。

3.2 基于稀疏字典的图像去噪方法

稀疏性去噪,利用图像中特定结构提取原子,构成图像有用信息,对提取出的稀疏部分进行重建;而图像中的噪声没有结构,不能用原子来表示。当原子模型及其参数与待分解的图像信号的有用部分结构完全匹配时,即能最优表示图像信息。

图像信号的噪声可由人为定义的高斯、均值、椒盐等噪声混合构成,为综合去除这些噪声,人们希望建立两个甚至多个基函数之上的图像信号表示,其结果应该比用任何一种单一的基函数效果要好。采用超完备的冗余函数库取代基函数,称之为冗余字典,字典中的元素被称为原子。原子库的选择应尽可能好地符合被逼近的图像信号结构,其构成可没有限制,从原子库中找到具有最佳组合的 M 项原子来表示一个信号,被称为信号的稀疏逼近^[34]。

Mallat 等人^[11]提出的应用过完备冗余原子库对信号进行稀疏分解,并加入了匹配追踪算法,提出利用匹配追踪算法实现图像稀疏分解。Chen 等人在此基础上提出求解大尺度优化问题为代表的基追踪^[20],BP 求解时遇到了运算和选取合适参数的困难^[36]。MP 算法虽然收敛速度较 BP 快,但不具备全局最优性,且计算复杂度仍然很大。然而,由于字典的规模巨大,匹配追踪的速度非常缓慢,如何快速实现匹配追踪是当前学者研究的一个热点问题。

将图像分解在完备正交基上,基的数目为图像长与宽的乘积,基在图像所组成的空间中稀疏分布,而在分解后的图像能量分散在不同基上。能量分布的分散导致用基组合表示图像时,为使得图像能稀疏表示,基的构建必须使得基在图像所构成的空间中足够稀疏。原子库的过完备性决定稀疏分解过程的计算复杂度,同时也决定稀疏分解结果的简洁性和稀疏性^[22]。文献^[37]提出用分子的概念表示各个子字典,树叶

对应原始字典的原子,其他节点用分子表示,在不影响算法速度的同时提高搜索准确度。树型匹配追踪(tree matching pursuit, TMP)算法^[38]是 2005 年由 La 和 Do 提出的,该方法针对 BP、MP 和 OMP 方法没有考虑信号的多尺度分解时稀疏信号在各子带位置的关系,利用稀疏系数的树型结构,进一步提升了重构信号精度和求解速度^[22]。

文献^[36]提出了基于跳跃字典的超完备稀疏表示方法和基于自适应分割定义域的超完备稀疏表示方法,分别用于重建带有周期和方波特征的信号,以及带有周期和冲击特征的信号。通过设计跳跃字典,自动识别间断点稀疏表示带有周期和方波特征的信号;对带有周期和冲击信号,利用动态规划,先将定义域自适应地分割成正则性较好的一些区域;然后对每个区域利用超完备基下的基追踪算法进行稀疏表示求解。文献^[39]提出了一种诱导性塔式分解算法,首先将原子库逐层划分,得到一个树状层次结构的原子库,然后在迭代过程中利用划分所得树状结构有目的、有导向性地指引信号分解方向,从而加快信号分解速度,极大降低算法计算复杂度。与经典的匹配追踪算法相比,该算法在同等稀疏度且逼近误差接近的情况下,计算量大约降低为 MP 算法的 1/40,计算时间降低为 MP 算法的 1/100 左右。噪声对冗余字典分解影响的研究表明,如果分解的结果足够稀疏,那么可以在噪声中重建原始信号^[12]。利用上文提到原子库构建字典,文献^[15]通过学习的方式获取字典并将其应用于图像去噪,结合 Bayesian 方法处理,获得简单有效的去噪算法,取得较高的峰值信噪比。然而,由于其字典缺乏平移不变性,去噪后的图像主观质量较差。由高斯函数和墨西哥草帽小波母函数得到的混合冗余字典能够有效捕获图像背景和各向异性成分(边缘和纹理)。

文献^[40]将字典通过聚类实现分层树状结构表示,结合正交匹配追踪算法实现图像稀疏表示,提高图像表示的稀疏性,降低算法的复杂度;并依据噪声能量阈值,通过多次迭代实现图像去噪。采用混合字典方式,设定噪声能量作为阈值,通过简单迭代就能取得很好的效果,去噪算法简单,易于实现。如果能在在此基础上进一步优化字典结构,提高原子对图像的表达能力,减小字典噪声对图像的影响,效果将更为显著。

基于超完备字典的图像稀疏表示是一种新的图像表示理论,利用超完备字典的冗余性可以有效地捕捉图像各种结构特征,从而有效表示图像。当前稀疏表示理论研究主要集中在稀疏分解和字典构造算法两方面。文献^[41]提出一种新的超完备字典构造算法,即 K-LMS 算法,该算法由 K-均值聚类算法泛化获得,可用于超完备字典的自适应更新,以实现图像有效表示,通过阈值处理的方法实现图像去噪。

3.3 小波去噪方法中的稀疏性应用

近年来,小波理论得到非常迅速发展,小波分析具备良好的时频特性,用小波变换将含噪信号变换到小波域,对分解后的各层系数模大于或小于设定阈值的系数分别进行处理,然后利用处理后的稀疏小波系数重构出消噪后的图像。常用的阈值函数有硬阈值和软阈值函数。硬阈值函数能较好地保留图像边缘等局部特征,产生伪吉布斯效应导致视觉失真;而软阈值处理相对较平滑,却可能造成边缘模糊等现象,为此人们又提出了半软(混合)阈值函数。

在利用小波变换降噪中主要考虑小波的以下特性:a) 低熵性,小波系数稀疏分布,图像变换到小波域后熵低,使得信号

和噪声所在频带得到统计意义上的分离;b)多分辨率特性,采用多分辨率方法,能较好地刻画信号的非平稳性,如边缘、尖峰、断点等,可在不同分辨率下根据信号和噪声分布去噪;c)基函数选择灵活,根据信号特点与降噪要求选择多带小波以及小波母函数;d)去相关性,噪声在变化后有白化趋势,小波系数稀疏,通常信号对应少量大的小波系数,而噪声对应大量小的小波系数。在小波变换域中能十分有效地把信号与噪声区别开来,小波域优于时域^[42]。

小波去噪基本方法是将含噪信号进行多尺度小波变换,从时域变换到小波域,然后在各尺度下尽可能提取有用信号的小波系数,去除属于噪声的小波系数,用小波逆变换重构信号;建立稀疏表示的小波去噪模型,将小波去噪的问题转换为一个最优化问题,并通过求解该问题,得到不含噪声的小波系数,恢复小波系数的稀疏性,最终去除噪声。其流程如图 1 所示。

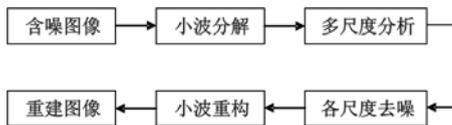


图 1 小波去噪流程

M 通道小波变换去噪算法,利用小波变换模极大值和噪声的小波变换模极大值随着尺度 S 的增大,具有不同的特性,设计成多通道滤波器结构,对每个子带再重新进行 M 尺度的细分。不同于传统的二进小波对频带划分,而是对信号在不同尺度下的变换,分解到不同的频带上。

在离散小波变换空间中,对图像局部特征在不同尺度上降噪处理,可避免传统方法对图像局部的处理泛化到整幅图像,从而提高降噪后图像重建质量。传统算法对小波系数的提取,仅是在逐点处理,未用到小波系数整体结构特性。结合稀疏性,在得到小波系数后选择随机矩阵,且满足一致不确定性原理特性,利用稀疏估计小波系数得到不含噪小波系数,再进行小波逆变换。通过在多个初始迭代点上多次使用传统数值优化方法求取全局最优。

3.4 MGA 去噪方法中的稀疏性应用

由一维小波基张成的二维小波仅能沿三个方向进行分解,这样的限制使其没有充分利用图像的几何特性,不能真正达到稀疏表示。针对这一问题,提出具有各向异性特点的多尺度几何分析的多维信号处理理论。在二维信号中,所谓各向异性,即在信号分解过程中,所使用基支撑区间是长条形,而不是二维小波的正方形。这样在图像边缘方向上可捕获更多奇异点,从而完成二维信号稀疏表示。以多尺度几何分析(multi-scale geometric analysis, MGA)为基础,利用几个较大的稀疏系数来逼近原始图像信号。目前,针对不同的应用范围,提出了一系列的稀疏表示理论,如 Ridgelets^[43]、Curvelets^[44,45]、Contourlets^[46]、Brushlet、Wedgelet、Beamlet 以及 Bandelets 变换^[47]等。分析发现 Curvelets 和 Contourlets 变换都是冗余变换,而 Pennec 等人提出的 Bandelets^[47]变换是一种非冗余变换。Bandelets 变换中,对于被加性高斯白噪声污染的图像,在同样的噪声级,优于正交小波硬阈值去噪方法,视觉效果更好,且较好地保持了图像边缘。

Ridgelet(脊波)是基于人眼视觉系统特性,根据图像几何结构特征提出的一种多尺度脊波字典构造方法。采用一系列脊波函数叠加形式来表示,脊波变换可对线状奇异特征进行稀

疏表示,因此可被广泛应用于图像去噪^[48]。

在单尺度脊波变换的基础上发展起来的曲线波变换 Curvelet,也是对曲线奇异的物体的一种非自适应稀疏表示。Starck 等人^[49]采用数字曲线波变换进行图像去噪,得到了非常好的效果。在 Curvelet 转换中使用 Ridgelet 变换作为其中一步,第二代曲线波变换完全摆脱了对脊波变换的依赖,改进了 Starck 等人所提出的 Curvelet 变换,去除了环绕现象,并将硬阈值去噪法和基于子带相关的图像去噪法相结合,在去除噪声的同时保护图像边缘特征^[50]。

Contourlet 是从离散域构造出发,并研究了连续域的收敛性。利用不可分滤波器组,可提供一种离散域的多分辨和多方向的表达方式。刘盛鹏等人^[51]提出一种基于数学形态学的 Contourlet 变换域图像降噪方法。首先对输入含噪图像进行多尺度、多方向的 Contourlet 稀疏变换,然后利用数学形态学算子在 Contourlet 域对高频系数进行处理,去除图像中具有较小支撑域的噪声,有效保留具有连续支撑域的图像边缘信息,最后通过 Contourlet 反变换得到降噪图像。

文献[52]针对盲分离初始化问题提出一种基于 Curvelet 稀疏表示的图像盲分离初始化方法。该初始化方法能避免盲分离算法在收敛时陷入局部最小,加快收敛,并提高分离精度。文献[53]提出了具有平移不变性的低冗余度解析轮廓波变换。在该变换中圆对称滤波器组首先将图像分解为多个不同分辨率的细节子带和一个低频子带,再对细节子带进行希尔伯特变换,形成二维解析信号,最后用方向滤波器组对二维解析信号进行分解,实现具有平移不变性多尺度多方向的解析轮廓波变换。解析轮廓波变换基函数的实部和虚部与 Gabor 小波的实部和虚部类似,符合人眼视觉特性,使得解析轮廓波变换在图像去噪和压缩传感方面具有明显优势。

正交 Bandelets 域经四叉树分割的每一子块系数建模为广义高斯分布,基于 Bayesian 框架,推导出自适应逐子块局部阈值的计算公式,找出其参数分布的最佳范围,提出图像 Bandelets 域的逐子块阈值去噪算法^[54]。由于充分利用图像的局部统计信息,对自然图像去噪的视觉效果和评价指标都好于其他基于阈值去噪算法。

第二代 Bandelets 能充分利用图像内在的几何正则性,自适应获得图像的最优表示;多层阈值符合小波多尺度域的系数统计特性;维纳滤波能去除阈值去噪带来的纹理效应。

Wedgelet 是 Donoho^[55]研究如何从噪声数据中恢复原始图像的问题中提出的一种方向信息检测水平模型,这类模型中的边缘具有 Holder 正则性。Donoho 利用计算调和思想,给出了一种新的具有方向性、局部性和尺度性的超完备原子集合 Wedgelet。该集合为水平模型中的物体提供了一种近似最优的表示方法,逼近精度可达 M^{-2} 。这是一个自适应方法,主要用于检测含噪图像中线性奇异性信息。

小波分析能成功对范围广泛的函数类稀疏表示,尤其对点奇异函数更能表现出最优非线性逼近能力。但对于含线奇异、面奇异的二维或高维函数,逼近效果则减弱。脊波框架的构造不需要利用 Meyer 小波特有的封闭特性,使得框架的构造条件远比正交脊波宽松,几乎各种正交小波基都可被用来构造此框架。脊波框架构造过程的灵活性和脊波特有的线性结构^[48],脊波变换核心经过 Radon 变换把线状奇异性变换成点状奇异性。小波变换能有效地处理在 Radon 域的点状奇异性,其本质

是通过对小波基函数添加一个表征方向的参数得到,所以脊波除具有小波的局部时频分析能力,还具有很强的方向选择和辨识能力,能有效表示图像中具有方向性的奇异特征。

3.5 ICA 去噪方法中的稀疏性应用

由于稀疏编码与 ICA 有紧密联系,ICA 变换将随机变量分解为多个相互间尽可能独立的分量的组合,而分量之间尽可能独立等价于各个分量的非高斯性最强。采用 ICA 处理含有噪声的图像数据,可加强分量的非高斯性,在使用最大似然估计时有利于减小估计误差。噪声图像经过 ICA 变换,得到多个非高斯性最大化的独立分量,然后对各个独立分量进行最大似然估计,得到独立分量,再经过 ICA 逆变换得到去噪后的图像。ICA 是把图像视为一系列最大不相关基图组成,把含噪图像分解成一系列在一定准则下的最大不相关基图,通过准则选择一定量基图重构图像^[56]。

ICA 是基于高阶统计量,研究信号间的独立关系;而 PCA 着重于二阶统计量,研究信号间相关性,通过稀疏编码提取图像特征,并用于图像去噪。Hyvarinen 等人^[57]认为多信号的独立分量是稀疏的,可以在 ICA 域中去除噪声,而且稀疏编码收缩方法对于非高斯信号被高斯信号污染的去噪处理非常有效。图2给出了 PCA 与 ICA 的对比。

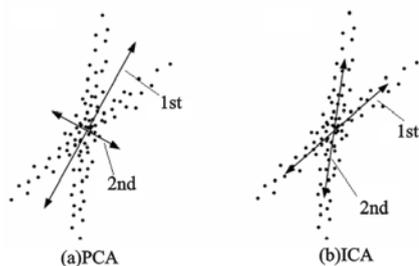


图2 PCA与ICA对比

1997年,Olshausen 等人^[58]又提出了一种超完备基的稀疏编码算法。Bell 等人^[8]把 ICA 用于自然图像分析,并且得出一个重要结论:ICA 实际上就是一种特殊的稀疏编码。

Hyvarinen 等人用稀疏编码方法进行去噪时,在 ICA 域中,收缩函数根据某阈值判别数据是否为噪声,并对去除高斯噪声有着很好的效果;Haritopoulos 等人^[59]利用基于非线性独立分量分析的自组织神经网络进行去噪处理;Han 等人^[60]也应用稀疏编码的方法,在 ICA 域对泊松噪声图像进行处理,达到了较好的效果。文献^[56]采用从原图中随机提取子图形成样本数据集,对产生的数据样本集进行变换实现去噪。对输入图像数据进行 ICA 分析,从数据间的高阶统计相关性角度出发,提取图像内部特征,有效利用了输入数据在统计关系上的本质特征^[8]。

ICA 方法本质上属于信息论的方法,可分为两类:一类算法归结为优化一组相关的代价函数,涉及到大量的复杂矩阵运算问题;另一类是基于随机梯度算法的自适应算法,实现可以应用到神经网络等非线性并行计算工具,但算法收敛速度较慢。Haritopoulos 等人^[59]提出了自组织非线性独立成分分量的图像去噪方法。

由于自然图像信号大部分自身即具备典型的稀疏统计特性,即服从超高斯分布。研究表明,在图像去噪中,当 ICA 均为非高斯分布,或者仅有一个独立分量为高斯分布时,该方法有效^[29]。只要找到独立的投影方向,这些方向上的独立成分

就大致满足稀疏分布。用 ICA 算法得到的标准正交阵等价于独立的投影方向,其逆阵可作为对自然图像稀疏表示的特征基函数的近似。这种等价关系的深层原因在于 ICA 算法和稀疏编码在冗余减少的目标上是一致的。

2010年,Anjali 等人对 ICA 技术去噪进行了综述,指出 Fourier 方法局限于频率,小波变换虽能同时在空间域与频率域,但都不具有数据的自适应性;而 ICA 方法能从高阶去分析多方向数据内在的适应性,噪声被认为是高斯随机变量,而图像数据则是非高斯随机变量^[61]。

4 稀疏性去噪的发展

随着稀疏理论的深入研究,其在图像处理中的应用也逐渐扩大,目前主要用于压缩感知、特征提取、模式识别和图像恢复与图像去噪。源于数学理论与信息论的发展,利用更多的数学优化工具结合信息特性成为图像去噪的一个趋势。含噪声的图像经 Fourier 变换在频域没有了空间性,小波具有很好的时域和频域特性,但高维奇异函数并不能达到最优的逼近阶。多尺度几何分析利用各向异性,对高维空间中具有直线或曲线奇异性信号具有良好的检测性能,可以用稀疏的系数来表示原信号。

对于各种不同特性的图像部分采用不同的正交基来展开。由于每个正交基都能独立地张成图像空间,这意味着允许在图像表示中采用非正交和超完备基。这些正交基组合就形成了一个框架,框架表示的非唯一性使得人们能够自适应地选择基,以达到图像稀疏表示的目的。这种稀疏表示具有获得最可能稀疏的图像表示、获取比传统的非适应性方法更高分辨率的信息的优势。保持稀疏信号的 Manhattan 距离,利用 RIP (restricted isometry property) 性质检验一个随机矩阵是否能够用来作为采样矩阵,使得 L_1 范数最小化算法能够对稀疏信号进行完美的重构。非负稀疏编码算法能成功地提取自然图像的特征基向量,也可用于消除自然图像中的高斯加性噪声。

根据稀疏分解计算时间复杂度和待分解图像大小之间的关系,把待分解图像分成互不重叠(或部分重叠)的小块,然后对每个小块图像进行稀疏分解,在分解原子个数相近或相同的条件下,对稀疏分解后的图像进行重建。

当前稀疏表示理论研究主要集中在稀疏分解算法和字典构造算法两方面。为真实再现含噪场景,文献^[31]在转换域中,基于稀疏表达提出了一种新的图像去噪策略,把图像从 2D 转到 3D 组,组框架能够很好地完成真实信号的稀疏表达,压缩转换频谱、去除噪声,再反变换,利用协同滤波处理三维组,即便对彩色图也能达到较好的降噪效果。进一步,利用张量表达图像的稀疏特性,从而实现图像去噪。

基于超完备字典的图像稀疏表示因其具有稀疏性、特征保持性、可分性等特点而被广泛应用于图像处理。文献^[62]把一种超完备字典学习算法用于图像去噪,将字典学习等价于一个二次规划问题,并提出适合于大规模运算的投影梯度算法。学习所得字典能有效描述图像特征。基于超完备学习字典,获得图像的稀疏表示,并恢复原始图像。与小波类去噪方法相比,学习算法能更好地去除图像噪声,保留图像细节信息,获得更高的 PSNR 值。

量子遗传算法能用较小的种群规模实现较大的空间搜索,全局寻优能力强,基于匹配追踪的图像稀疏分解是最优化问

题,因此可用量子遗传算法快速实现^[63]。更多的智能处理方法与信号处理方法,如粒子群优化算法、树型基跟踪法以及机器学习算法可加以改进集成到稀疏表达中。

参考文献:

- [1] 石锁,成浩.基于稀疏码收缩的图像去噪[J].信号处理,2007,23(5):742-746.
- [2] 王建英,尹忠科,张春梅.信号与图像的稀疏分解及初步应用[M].成都:西南交通大学出版社,2006.
- [3] 尹忠科,解梅,王建英.基于稀疏分解的图像去噪[J].电子科技大学学报,2006,35(6):876-878.
- [4] MURESAN D D, PARKS T W. Adaptive principal components and image denoising[C]//Proc of International Conference on Image Processing. 2003:101-104.
- [5] YONG M P, YAMANE S. Sparse population coding of faces in the inferotemporal cortex[J]. Science,1992,256(5061):1327-1330.
- [6] FERSTER D, CHUNG S, WHEAT H. Orientation selectivity of thalamic input to simple cells of cat visual cortex[J]. Nature,1996,380(6571):249-252.
- [7] OLSHAUSEN B A, FIELD D J. Emergence of simple-cell receptive field properties by learning a sparse code for natural images[J]. Nature,1996,381(6583):607-609.
- [8] BELL A J, SEJNOSWSKI T J. The "independent components" of natural scenes are edge filters[J]. Vision Research,1997,37(23):3327-3338.
- [9] DUMITRU D, KING J C, NANDEDKAR S D, et al. The nonlinear PCA learning rule in independent component analysis[J]. Neurocomputing,1997,17(1):25-45.
- [10] 杨谦,齐翔林,汪云九.视皮层 V1 区简单细胞的稀疏编码策略[J].计算物理,2001,18(2):144-145.
- [11] MALLAT S, ZHANG Z. Matching pursuit with time-frequency dictionaries[J]. IEEE Trans on Signal Processing,1993,41(12):3397-3415.
- [12] HYVARINEN A, HOYER P O. A two-layer sparse coding model learn simple and complex cell receptive fields and topography from natural images[J]. Vision Research,2002,41(18):2413-2423.
- [13] LEE D D, SEUNG H S. Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization[J]. Nature,1999,401(6755):788-791.
- [14] DONOHO D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Trans on Information Theory,1995,41(3):613-627.
- [15] 赵瑞珍,刘晓宇,LI Ching-chung,等.基于稀疏表示的小波去噪[J].中国科学:信息科学,2010,40(1):33-44.
- [16] BARANIUK R. A lecture on compressive sensing[J]. IEEE Signal Processing Magazine,2007,24(4):118-121.
- [17] CANDÈS E, ROMBERG J, TAO T. Robust uncertainty principles: exact signal reconstruction from highly incomplete frequency information[J]. IEEE Trans on Information Theory,2006,52(2):489-509.
- [18] DONOHO D L, TSAIG Y. Extensions of compressed sensing[J]. Signal Processing,2006,86(3):533-548.
- [19] 尚丽,黄德双,郑春厚.非负稀疏编码收缩法的自然图像消噪[J].中国科学技术大学学报,2006,36(5):497-501.
- [20] CHEN S S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Review,2001,43(1):129-159.
- [21] CORMODE G, MUTHUKRISHNAN S. Towards an algorithmic theory of compressed sensing,2005-25[R]. [S. l.]: DIMACS,2005:1-17.
- [22] 石光明,刘丹华,高大化,等.压缩感知理论及其研究进展[J].电子学报,2009,37(5):1070-1081.
- [23] GILBERT A C, STRAUSS M J, TROPP J A, et al. Algorithmic linear dimension reduction in the l_1 norm for sparse vectors[C]//Proc of the 44th Annual Allerton Conference on Communication, Control, and Computing. 2006:1-27.
- [24] TROPP J, GILBERT A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Trans on Information Theory,2008,53(12):4655-4666.
- [25] REBOLLO-NEIRA L, LOWE D. Optimized orthogonal matching pursuit approach[J]. IEEE Signal Processing Letters,2002,9(4):137-140.
- [26] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis,2009,26(3):301-321.
- [27] CHERT S, DONOHO D L, SAUNDERS M A. Atomic decomposition by basis pursuit[J]. SIAM Journal of Scientific Computing,1998,20(1):33-61.
- [28] BERGEAU F, MALLAT S. Matching pursuit of images[C]//Proc of International Conference on Image Processing. 1994:330-333.
- [29] 尚丽,郑春厚.基于稀疏编码的自然图像特征提取及去噪[J].系统仿真学报,2005,17(7):1782-1787.
- [30] HYVARINEN A. Sparse code shrinkage: denoising of nongaussian data by maximum likelihood estimation[J]. Neural Computation,1999,11(7):1739-1768.
- [31] DABOV K, FOI A, KATKOVNIK F, et al. Image denoising by sparse 3D transform-domain collaborative filtering[J]. IEEE Trans on Image Processing,2007,16(8):2080-2095.
- [32] RAUHUT H, SCHAFF K, VANDERGHEYNST P. Compressed sensing and redundant dictionaries[J]. IEEE Trans on Information Theory,2008,54(5):2210-2219.
- [33] AHARON M, ELAD M, BRUCKSTEIN A M. The K-SVD: an algorithm for designing of overcomplete dictionaries for sparse representations[J]. IEEE Trans on Signal Processing,2006,54(11):4311-4322.
- [34] 石光明,刘丹华,高大化,等.压缩感知理论及其研究进展[J].电子学报,2009,37(5):1070-1081.
- [35] WRIGHT J, YANG A, GANESH A, et al. Robust face recognition via sparse representation[J]. IEEE Trans on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2009,31(2):201-227.
- [36] 孙蒙,王正明.两类混合特征信号的超完备稀疏表示方法[J].电子学报,2007,35(7):1327-1332.
- [37] JOST P V, ERGHEYNST P, FROSSARD P. Tree-based pursuit: algorithm and properties[J]. IEEE Trans on Signal Processing,2006,54(12):4685-4697.
- [38] LA C, DO M N. Signal reconstruction using sparse tree representation[C]//Proc of SPIE Conference on Wavelet Applications in Signal and Image Processing. San Diego: International Society for Optical Engineering,2005:1-11.
- [39] 刘丹华,石光明,高大化,等.基于原子库树状结构划分的诱导式信号稀疏分解[J].系统工程与电子技术,2009,31(8):1976-1981.
- [40] 李恒建,张家树,陈怀新.一种快速稀疏分解图像去噪新方法[J].光子学报,2009,38(11):3009-3015.
- [41] 肖泉,丁兴号.基于自适应超完备稀疏表示的图像去噪方法[J].

仪器仪表学报,2009,30(9):1886-1890.

- [42] VIDA KOVIC B, LOZOYA C B. On time-dependent wavelet denoising[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*,1998,46(9):2549-2551.
- [43] CANDES E J. Ridgelets: theory and applications [D]. Stanford: Stanford University,1998.
- [44] DONOHO D L, DUNCAN M R. Digital curvelet transform: strategy, implementation and experiments [D]. Stanford:Stanford University, 1999.
- [45] CANDES E J, DONOHO D L. Curvelets: a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges [R]. Stanford: Stanford University,1999.
- [46] DO M N, VETTERLI M. The Contourlet transform: an efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE Trans on Image Processing*,2005,14(12):2091-2106.
- [47] PENNEC E L, MALLAT S. Sparse geometric image representations with bandelets [J]. *IEEE Trans on Image Processing*,2005,14(4):423-438.
- [48] CANDES E J. Ridgelet: theory and applications [D]. Stanford: Stanford University, 1998.
- [49] STARCK J L, CANDES E J, DONOHO D L. The Curvelet transform for image denoising [J]. *IEEE Trans on Image Processing*,2002,11(6):670-684.
- [50] 肖小奎,黎绍发.加强边缘保护的 Curvelet 图像去噪方法[J].通信学报,2004,25(2):9-15.
- [51] 刘盛鹏,方勇.基于数学形态学的 Contourlet 变换域图像降噪方法[J].光子学报,2008,37(1):197-201.
- [52] 王军华,方勇.基于 Curvelet 稀疏表示的图像盲分离初始化[J].应用科学学报,2009,27(2):162-166.
- [53] 练秋生,陈书贞.基于解析轮廓波变换的图像稀疏表示及其在压缩传感中的应用[J].电子学报,2010,38(6):1293-1298.
- [54] 张文革,刘芳,焦李成,等.基于 Bandelets 域逐子块阈值的图像去噪[J].电子学报,2010,38(2):290-294.
- [55] DONOHO D L. Wedgelets:nearly minimax estimation of edges [J]. *Annals Statistics*,1999,27(3):859-897.
- [56] 郭武,王润生,张鹏,等.基于独立分量分析的图像去噪研究[J].信号处理,2008,24(3):381-385.
- [57] HYVARINEN A, HOYER P, OJA E. Sparse code shrinkage for denoising [C]//Proc of IEEE International Joint Conference on Neural Networks Computational Intelligence. 1998:859-864.
- [58] OLSHAUSEN A B, FIELD D J. Sparse coding with an overcomplete basis set: a strategy employed by V1 [J]. *Vision Research*,1997,37(23):3311-3325.
- [59] HARITOPoulos M, YIN Hu-jun, ALLINSON N M. Image denoising using self-organizing map-based nonlinear independent component analysis [J]. *Neural Network*,2002,15(8-9):1085-1098.
- [60] HAN Xian-hua, CHEN Y W, NAKAO Z, et al. ICA-domain filtering of Poisson noise images [C]//Proc of the 3rd International Symposium on Multispectral Image Processing and Pattern Recognition. 2003:811-814.
- [61] ANJALI P, AJAY S, SAPRE S D. A review on natural image denoising using independent component analysis (ICA) technique [J]. *Advances in Computational Research*,2010,2(1):6-14.
- [62] 蔡泽民,赖剑煌.一种基于超完备字典学习的图像去噪方法[J].电子学报,2009,37(2):347-350.
- [63] 李恒建 尹忠科,王建英.基于量子遗传优化算法的图像稀疏分解 [J].西南交通大学学报,2007,42(1):19-23.
- [24] PINTO G H L, VERGILIO S R. A multi-objective genetic algorithm to test data generation [C]//Proc of the 22nd International Conference on Tools with Artificial Intelligence. 2010:129-134.
- [25] McMINN P, HOLCOMBE M. The state problem for evolutionary testing [C]//Proc of International Conference on Genetic and Evolutionary Computation. Berlin: Springer-Verlag, 2003:2488-2498.
- [26] DORIGO M, GAMBARDILLA L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*,1997,1(1):53-66.
- [27] 傅博.基于蚁群算法的软件测试数据自动生成[J].计算机工程与应用,2007,43(12):97-99.
- [28] DOERNER K, GUTJAHR W J. Extracting test sequences from a Markov software usage model by ACO [C]//Proc of International Conference on Genetic and Evolutionary Computation. Berlin: Springer-Verlag, 2003:2465-2476.
- [29] LI Huai-zhong, LAM C P. Software test data generation using ant colony optimization [C]//Proc of World Academy of Science, Engineering and Technology. 2005:1-4.
- [30] LI Ke-wen, ZHANG Zi-lu, LIU Wen-ying. Automatic test data generation based on ant colony optimization [C]//Proc of the 5th International Conference on Natural Computation. 2009:216-220.
- [31] 陈明师,刘晓洁,李涛.基于多态蚁群算法的测试用例自动生成 [J].计算机应用研究,2009,26(6):2347-2348.
- [32] XU Duo-yong, LI Zhi-shu. Study on test case automated generation technology based on genetic algorithm and ant colony optimization algorithm [C]//Proc of International Conference on Electrical and Control Engineering. Washington DC: IEEE Computer Society, 2010:5655-5658.
- [33] WINDISCH A, WAPPLER S, WEGENER J. Applying particle swarm optimization to software testing [C]//Proc of the 9th Genetic and Evolutionary Computation Conference. New York: ACM Press, 2007:1121-1128.
- [34] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C]//Proc of the IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway: IEEE Press, 1995:1942-1948.
- [35] 李爱国,张艳丽.基于 PSO 的软件结构测试数据自动生成方法 [J].计算机工程,2008,34(6):93-97.
- [36] HLA K H S, CHOI Y S, PARK J S. Applying particle swarm optimization to prioritizing test cases for embedded real time software retesting [C]//Proc of the 8th IEEE International Conference on Computer and Information Technology Workshops. Washington DC: IEEE Computer Society,2008:527-532.
- [37] CUI Huan-huan, CHEN Li, ZHU Bian, et al. An efficient automated test data generation method [C]//Proc of International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation. Washington DC: IEEE Computer Society, 2010:453-456.
- [38] 周红,张胜,刘琳岚,等.基于 GA-PSO 算法的路径测试数据自动生成 [J].计算机应用研究,2010,27(4):1366-1369.
- [39] NAYAK N, MOHAPATRA D P. Automatic test data generation for data flow testing using particle swarm optimization [J]. *Contemporary Computing*,2010,95(2):1-12.

(上接第 405 页)