

基于滚动时域估计的非线性目标跟踪*

付东莉, 柴毅, 魏善碧, 周海林

(重庆大学自动化学院, 重庆 400044)

摘要: 实际的雷达跟踪问题大多属于非线性问题, 存在着各种物理约束, 采用基于在线滚动优化原理的滚动时域估计方法可以有效地处理带约束非线性目标跟踪问题。滚动时域估计通过引入到达代价函数, 将非线性跟踪滤波问题转换为带约束的有限时域优化问题, 可以有效减少优化问题求解的计算量, 能够显著提高状态估计的准确度。针对实际的雷达跟踪问题, 仿真结果表明, 滚动时域估计能有效地提高非线性目标跟踪的精度。

关键词: 滚动时域估计; 非线性; 目标跟踪

中图分类号: TP 274 **文献标志码:** A **文章编号:** 1001-3695(2012)01-0101-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.01.028

Nonlinear target tracking based on moving horizon estimation

FU Dong-li, CHAI Yi, WEI Shan-bi, ZHOU Hai-lin

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Most actual radar tracking problems are nonlinear ones, in which there are various physical constraints. This paper introduced a method of moving horizon estimation (MHE), which was based on the principle of on-line receding optimization, to deal with such nonlinear problems effectively. By introducing the conception of arrival cost and transforming the problem of nonlinear target tracking into the process of constrained optimal state estimation on finite horizon, MHE could effectively reduce the computation burden of solving optimization and notably improve the precision of state estimation. This paper studied the actual nonlinear target tracking problem, and the simulation results show that MHE can effectively improve the tracking accuracy.

Key words: moving horizon estimation(MHE); nonlinear; target tracking

0 引言

跟踪精度是评估雷达跟踪性能的重要参数之一, 提高雷达跟踪的精度一直是改善雷达跟踪性能的重点和难点。影响跟踪精度的因素主要包括以下两个方面: 在雷达目标跟踪等实际应用中, 测元为球坐标系中的目标斜距、方位角和俯仰角, 测量数据与目标状态之间呈非线性关系, 这类跟踪问题本质上是非线性状态估计问题; 由于目标的位置、飞行速度、加速度的物理限制, 目标状态和测元及各种噪声存在一定的约束条件。因此, 雷达目标跟踪问题属于带约束的非线性状态估计问题。

采用传统的无约束状态估计方法如卡尔曼滤波, 往往不能实现高精度跟踪, 甚至出现不符合物理条件的估计结果。而基于滚动优化原理的滚动时域估计(MHE), 能够充分考虑约束条件的影响, 通过设计到达代价函数, 将状态估计问题转换为带约束的有限时域优化问题, 利用有限时域内采集的信息估计目标状态^[1]。滚动时域估计的研究主要关注到达代价函数的近似计算^[2-6]和优化问题的求解^[7,8]。

根据非线性系统的滤波理论, 到达代价近似计算有多种方法。Tenny 等人^[2]利用线性化和扩展卡尔曼滤波(extended Kalman filtering, EKF)计算近似到达代价。Qu 等人^[3]将无迹卡尔曼滤波(unscented Kalman filtering, UKF)的思想应用于近

似到达代价的计算中。Rawlings 等人^[4]研究了粒子滤波(particle filtering, PF)在滚动时域估计中的应用。Alessandri 等人^[5,6]讨论了用神经网络(neural networks)理论计算近似到达代价。在滚动时域估计中计算近似到达代价时需要依据具体情况选择合适的方法。

本文针对带约束的二维非线性目标跟踪问题, 采用基于扩展卡尔曼滤波的滚动时域估计方法估计目标的运动状态, 并分析不同时域长度和噪声情况下滚动时域估计的性能。

1 目标跟踪模型描述

考虑二维空间内的运动目标跟踪问题。系统的离散时间状态方程和量测方程为

$$x(k) = f(x(k-1), w(k-1)) \quad (1)$$

$$z(k) = h(x(k)) + v(k) \quad (2)$$

$$x(k) \in X, w(k) \in W, v(k) \in V$$

其中, X, W, V 分别为状态约束、干扰约束和测量噪声约束。

在直角坐标系中, 若运动目标的位置表示为 $(p_x(k), p_y(k))$, 速度表示为 $(v_x(k), v_y(k))$, 则目标状态表示为 $x(k) = [p_x(k), v_x(k), p_y(k), v_y(k)]'$ 。假定目标作匀速运动, 但由于大气湍流等因素的影响, 目标产生随机加速度, 在距离和方位上存在随机扰动。根据不同的跟踪任务, 系统运动状态方程式

收稿日期: 2011-05-30; 修回日期: 2011-07-08 基金项目: 中央高校基本科研业务费资助项目(CDJXS10170004)

作者简介: 付东莉(1985-), 女, 四川简阳人, 硕士, 主要研究方向为数据融合; 柴毅(1962-), 男, 博导, 主要研究方向为信息处理、融合与控制等; 魏善碧(1981-), 男, 四川富顺人, 副教授, 主要研究方向为分布式预测控制、智能优化等; 周海林(1985-), 男, 四川达州人, 硕士, 主要研究方向为智能信息处理与智能控制。

(1)将不同,可扩展为

$$f(\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)) \\ f_2(\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)) \\ f_3(\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)) \\ f_4(\mathbf{x}(k), \mathbf{w}(k)) \end{bmatrix} \quad (3)$$

由于雷达对目标的观测是在极坐标系下进行的,假定雷达观测系统位于坐标原点。对于一个直角坐标为 $(p_x(k), p_y(k))$ 的目标,雷达观测量 $z(k)$ 包括极坐标系中的目标斜距 $r(k)$ 和方位角 $\theta(k)$,测量数据与目标状态之间呈非线性关系。即量测方程式(2)中,观测量为 $\mathbf{z}(k) = [r(k), \theta(k)]'$, $h(\mathbf{x}(k))$ 为目标状态的非线性函数:

$$h(\mathbf{x}(k)) = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{x}(k)) \\ h_2(\mathbf{x}(k)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{p_x^2(k) + p_y^2(k)} \\ \arctan\left(\frac{p_y(k)}{p_x(k)}\right) \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中: $\mathbf{v}(k)$ 是观测中夹杂的离散时间二维高斯白噪声,且有 $E[\mathbf{v}(k)] = 0, E[\mathbf{v}(k)\mathbf{v}(j)'] = \mathbf{R}\delta(k-j), \mathbf{R} = \text{diag}([\sigma_r^2, \sigma_\theta^2])$ (σ_r 和 σ_θ 分别是观测距离和方位角的标准差)。

2 滚动时域估计

对于式(2)和(3)描述的非线性目标跟踪模型,反映 T 时刻目标跟踪的问题最优状态估计问题可描述为如下形式的滚动时域估计问题^[1]:

$$\Phi_T^* = \min_{\mathbf{x}(0), \{\mathbf{w}(k)\}_{k=0}^{T-1}} \Phi_T(\mathbf{x}(0), \{\mathbf{w}(k)\}) = \min_{\mathbf{x}(T-N), \{\mathbf{w}(k)\}_{k=T-N}^{T-1}} \sum_{k=T-N}^{T-1} \|\mathbf{v}(k)\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2 + \|\mathbf{w}(k)\|_{\mathbf{Q}^{-1}}^2 + \Theta_{T-N}(\mathbf{x}(T-N)) \quad (5)$$

其中,到达代价 (arrival cost) $\Theta_{T-N}(\cdot)$ 定义为

$$\Theta_{T-N}(\mathbf{x}(T-N)) = \min_{\mathbf{x}(T-N), \{\mathbf{w}(k)\}_{k=0}^{T-N-1}} \sum_{k=0}^{T-N-1} \|\mathbf{v}(k)\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2 + \|\mathbf{w}(k)\|_{\mathbf{Q}^{-1}}^2 + \|\mathbf{x}(T-N) - \hat{\mathbf{x}}(T-N)\|_{\mathbf{P}^{-1}(T-N)}^2 \quad (6)$$

且满足

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= f(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{w}(k-1)), k = T-N+1, \dots, T-1 \\ \mathbf{z}(k) &= h(\mathbf{x}(k)) + \mathbf{v}(k), k = T-N+1, \dots, T \\ D_x \mathbf{x}(k) &\leq \mathbf{d}_x, D_w \mathbf{w}(k) \leq \mathbf{d}_w, k = T-N+1, \dots, T \\ D_w \mathbf{w}(k) &\leq \mathbf{d}_w, k = T-N+1, \dots, T-1 \end{aligned} \quad (7)$$

其中: N 为估计时域长度,范数 $\|\mathbf{v}\|_{\mathbf{A}} = \sqrt{\mathbf{v}'\mathbf{A}\mathbf{v}}$, 正定矩阵 $\mathbf{Q} > 0, \mathbf{R} > 0$ 和 $\mathbf{P}(T-N) > 0$ 分别为状态干扰、输出干扰和状态的协方差,矩阵 D_x, D_w, D_v 和矢量 $\mathbf{d}_x, \mathbf{d}_w, \mathbf{d}_v$ 为状态和噪声的不等式约束中的参数。到达代价 $\Theta_{T-N}(\mathbf{x})$ 反映了 $T-N$ 时刻时域窗口内的观测数据 $\{\mathbf{z}(k)\}_{k=0}^{T-N-1}$ 对状态 $\mathbf{x}(T-N)$ 的影响。利用到达代价,可将无限时域状态估计问题转换为有限时域优化问题。

到达代价的计算是滚动时域估计的关键。对于非线性系统,应用 MHE 进行状态估计时难以得到到达代价的解析表达式。利用非线性滤波的相关理论,可对到达代价进行近似计算。将到达代价 $\Theta_{T-N}(\cdot)$ 近似为 $\hat{\Theta}_{T-N}(\cdot)$, 则式(5)可以表示为

$$\hat{\Phi}_T = \min_{\mathbf{x}(T-N), \{\mathbf{w}(k)\}_{k=T-N}^{T-1}} \sum_{k=T-N}^{T-1} \|\mathbf{v}(k)\|_{\mathbf{R}^{-1}}^2 + \|\mathbf{w}(k)\|_{\mathbf{Q}^{-1}}^2 + \hat{\Theta}_{T-N}(\mathbf{x}(T-N)) \quad (8)$$

其中: $\hat{\Phi}_T$ 是 Φ_T^* 的近似表示。选择

$$\hat{\Theta}_0(\cdot) = \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}(0)\|_{\mathbf{P}^{-1}(0)}^2 \quad (9)$$

若式(8)的解为 $\{\hat{\mathbf{x}}^*(k|T-N), \{\hat{\mathbf{W}}^{nh}(k|T-N)\}_{k=0}^{T-1}\}$, 则 T 时刻的最优状态估计为 $\{\hat{\mathbf{x}}^{nh}(k|T-N)\}_{k=T-N+1}^T$ 。

计算近似到达代价的关键是更新 $\hat{\mathbf{x}}(T-N)$ 和 $\mathbf{P}(T-N)$, 在滚动时域估计中可采用 EKF 的思想进行更新计算。假设 $\mathbf{P}(0)$ 为初始状态估计 $\hat{\mathbf{x}}(0)$ 的协方差矩阵,模型函数 $f(\cdot)$ 和 $h(\cdot)$ 平滑,则根据 EKF 思想,有

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) &= f(\hat{\mathbf{x}}^{nh}(k-1|k-1), 0) \\ \hat{\mathbf{x}}^{nh}(k|k) &= \hat{\mathbf{x}}(k|k-1) + \mathbf{K}(k)(\mathbf{z}(k) - h(\hat{\mathbf{x}}(k|k-1))) \end{aligned} \quad (10)$$

$$\hat{\mathbf{x}}^{nh}(0|0) = \hat{\mathbf{x}}(0) \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(k|k-1) &= \hat{\mathbf{A}}(k-1)\mathbf{P}(k-1|k-1)\hat{\mathbf{A}}(k-1)' + \\ &\quad \hat{\mathbf{G}}(k-1)\mathbf{Q}(k-1)\hat{\mathbf{G}}(k-1)' \end{aligned} \quad (12)$$

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}(k|k-1)\hat{\mathbf{C}}(k)'(\hat{\mathbf{C}}(k)\mathbf{P}(k|k-1)\hat{\mathbf{C}}(k)' + \mathbf{R}(k))^{-1} \quad (13)$$

$$\mathbf{P}(k|k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\hat{\mathbf{C}}(k))\mathbf{P}(k|k-1), \mathbf{P}(0|0) = \mathbf{P}(0) \quad (14)$$

其中: $\hat{\mathbf{A}}(k-1)$ 和 $\hat{\mathbf{G}}(k-1)$ 分别为函数 $f(\cdot)$ 对状态 \mathbf{x} 和噪声 \mathbf{w} 的偏微分雅可比矩阵, $\hat{\mathbf{C}}(k)$ 为函数 $h(\cdot)$ 对 \mathbf{x} 的偏微分雅可比矩阵。

$$\hat{\mathbf{A}}_{i,j}(k-1) = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(\hat{\mathbf{x}}^{nh}(k-1|k-1), 0)$$

$$\hat{\mathbf{G}}_{i,j}(k-1) = \frac{\partial f_i}{\partial w_j}(\hat{\mathbf{x}}^{nh}(k-1|k-1), 0)$$

$$\hat{\mathbf{C}}_{i,j}(k) = \frac{\partial h_i}{\partial x_j}(\hat{\mathbf{x}}(k|k-1))$$

注 1 时域长度 N 越大,估计结果越精确,但是计算代价越大。实际问题中,时域长度一般不小于系统状态维数。Rao 等人^[9]将时域长度设为系统阶次的 2 倍。

注 2 T 时刻的最优状态估计 $\{\hat{\mathbf{x}}^{nh}(k|T-N)\}_{k=T-N+1}^T$ 的计算: $\hat{\mathbf{x}}^{nh}(k|T-N) = f(\hat{\mathbf{x}}^*(k|T-N), \hat{\mathbf{W}}^{nh}(k|T-N))$ 。

注 3 滚动时域估计的稳定性讨论见文献[1]。

3 数值实例

实际的雷达跟踪中,雷达观测坐标系与发射坐标系之间通常需要进行转换。为了方便研究,本文从雷达坐标系角度考虑问题,即所有的数据均以雷达观测站为坐标原点。

考虑目标的运动方程为

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}\mathbf{w}(t) \quad (15)$$

其中:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{w}(t)$ 是连续时间二维高斯白噪声,且 $E[\mathbf{w}(t)] = 0, E[\mathbf{w}(t)\mathbf{w}(\tau)'] = \mathbf{Q}\delta(t-\tau), \mathbf{Q}$ 是 2×2 阶协方差矩阵。

离散化式(11)描述的连续时间运动模型,得

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}\mathbf{x}(k) + \mathbf{G}\mathbf{w}(k) \quad (16)$$

其中: $\mathbf{x}(k)$ 为系统的状态向量; \mathbf{A} 为状态转移矩阵, \mathbf{G} 为输入矩阵,分别为

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & T_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} T_0^2/2 & 0 \\ T_0 & 0 \\ 0 & T_0^2/2 \\ 0 & T_0 \end{bmatrix}$$

其中, T_0 为雷达观测周期; $w(k) = [w_x(k), w_y(k)]'$ 是零均值高斯白噪声, 协方差矩阵为 Q 。

某目标在空间中运动, z 方向的高度不变, x 和 y 方向的初始位置为 (20 km, 20 km), x 方向的初始速度为 0.1 km/s。初始状态的误差协方差矩阵为 $P_0 = \text{diag}([1.0, 0.1, 1.0, 0.1])$; 状态噪声的方差为 0.1。某二坐标雷达对运动目标进行扫描观测, 扫描周期为 1 s, 采样时间为 100 s。约束条件为 x 和 y 方向上的位置大于 0。观测数据如图 1 所示。

假设观测距离和方位角的噪声方差分别为 0.25 和 0.005, 选择时域长度 $N = 10$, 则可采用基于 EKF 的滚动时域估计 (eMHE) 估计目标的运动状态, 如图 2 和 3 所示。

同时也可得到滚动时域估计对观测的估计, 如图 4 所示。

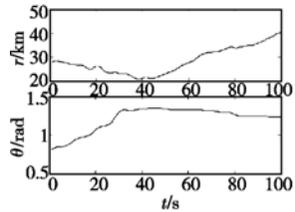


图1 实际系统的观测曲线

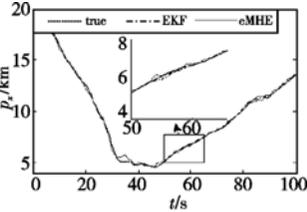


图2 对x方向位置的估计

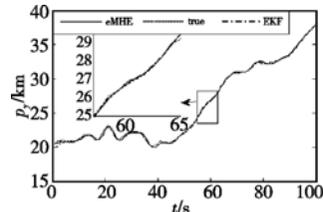


图3 对y方向位置的估计

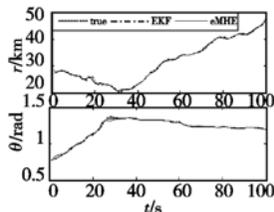


图4 对实际系统的观测估计

进行仿真次数 $M = 50$ 的 Monte Carlo 仿真研究, 可以得到估计误差的标准差曲线, 如图 5 和 6 所示。从图中可以看出, eMHE 估计的误差标准差均小于 EKF, 表明了 eMHE 的跟踪精度优于 EKF。

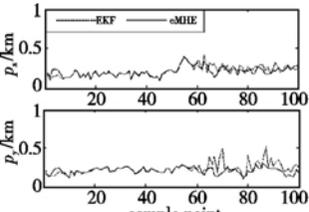


图5 状态估计误差的标准差

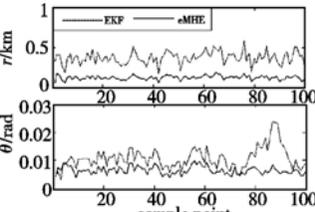


图6 观测估计误差的标准差

以估计的均方误差 (mean-squared error, MSE) 和仿真所用的计算时间为指标, 评价不同时域长度和不同测量噪声对滚动时域估计性能的影响, 如表 1 和 2 所示。

表 1 不同时域长度和不同测量噪声下 eMHE 的均方误差

MSE	$N = 8$	$N = 10$	$N = 12$
$R = \text{diag}([2.5, 0.5])$	0.878	0.043	0.027
$R = \text{diag}([0.25, 0.05])$	0.639	0.020	0.016
$R = \text{diag}([0.025, 0.005])$	0.214	0.011	0.009

表 2 不同时域长度和不同测量噪声下 eMHE 的计算时间

计算时间	$N = 8$	$N = 10$	$N = 12$
$R = \text{diag}([2.5, 0.5])$	1	1.80	2.54
$R = \text{diag}([0.25, 0.05])$	0.89	1.41	2.21
$R = \text{diag}([0.025, 0.005])$	1.00	1.59	2.38

从表 1 可以看出, MSE 随着估计时域的增大而减小, 即时域窗口中的数据越多, eMHE 的性能越好, 同时, 表 1 也反映了

测量噪声越小估计结果越准确。表 2 中, 不同情形下的计算时间均以 $N = 8, R = \text{diag}([2.5, 0.5])$ 时 eMHE 的计算时间为基准。从表 2 可以看出, 估计时域越长, eMHE 仿真的计算时间越长。

注 4 以上数值仿真实例基于 Windows XP 系统的 MATLAB 2009 完成, 非线性优化问题求解采用 NPSOL 5.02 工具箱, 处理器为 2.50 GHz 的 Pentium 双核 CPU, 内存 1 GB。

注 5 针对具有强非线性的跟踪问题, 可采用 UKF 或 PF 等^[5,6] 近似计算到达代价; 对于多目标大规模的跟踪系统, 可采用分布式滚动时域估计策略^[10]。

4 结束语

本文以扩展卡尔曼滤波更新误差协方差, 计算滚动时域估计的近似到达代价, 并将其应用于带状态约束的非线性雷达跟踪问题。该方法充分利用以约束形式出现的系统状态的先验信息, 提高了估计的合理性与准确性。从仿真结果可以看出, MHE 在处理带约束的非线性目标跟踪问题上具有比扩展卡尔曼滤波更好的跟踪效果。

参考文献:

- [1] RAO C V, RAWLINGS J B, MAYNE D Q. Constrained state estimation for nonlinear discrete-time systems: stability and moving horizon approximations [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2003, 48 (2): 246-258.
- [2] TENNY M J, RAWLINGS J B. Efficient moving horizon estimation and nonlinear model predictive control [C] // Proc of American Control Conference. 2002: 4475-4480.
- [3] QU C C, HAHN J. Computation of arrival cost for moving horizon estimation via unscented Kalman filtering [J]. Journal of Process Control, 2009, 19 (2): 358-363.
- [4] RAWLINGS J B, BAKSHI B R. Particle filtering and moving horizon estimation [J]. Computers and Chemical Engineering, 2006, 30 (10-12): 1529-1541.
- [5] ALSSANDRI A, BAGLIETTO M, BATTISTELLI G, et al. Moving-horizon state estimation for nonlinear systems using neural networks [C] // Proc of the 47th IEEE Conference on Decision and Control. 2008: 2557-2562.
- [6] ALSSANDRI A, BAGLIETTO M, BATTISTELLI G, et al. Moving-horizon state estimation for nonlinear systems using neural networks [J]. IEEE Trans on Neural Networks, 2011, 22 (5): 768-780.
- [7] ANGELI D, AMRIT R, RAWLINGS J B. Receding horizon cost optimization for overly constrained nonlinear plants [C] // Proc of the 48th IEEE Conference on Decision and Control. 2009: 7972-7977.
- [8] PNNOCCHIA G, RAWLINGS J B, MAYNE D Q, et al. On computing solutions to the continuous time constrained linear quadratic regulator [J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2010, 55 (9): 2192-2198.
- [9] RAO C V, RAWLINGS J B. Constrained process monitoring: moving horizon approach [J]. AIChE Journal, 2002, 48 (1): 97-109.
- [10] FRINA M, FERRARI-TRECATE G, SCATTOLINI R. Moving-horizon partition-based state estimation of large-scale systems [J]. Automatica, 2010, 46 (5): 910-918.