基于最优 PTS 技术的低复杂度算法研究*

李恩玉[1]，邹本杰[2]，廖海黔[1]
(1. 重庆大学 通信与测控中心，重庆 400030；2. 北京环球信息应用开发中心，北京 100094)

摘　要：为了降低正交频分复用系统中的峰均功率比，在研究部分传输序列技术的基础上，给出了一种相位集合元素个数为 4 时的降低穷尽搜索复杂度的算法。该方法在没有减少备选相位旋转序列数目的情况下，利用在元素均匀分布的相位集合中取值所产生的备选相位序列之间的关系特性，去除不必要的计算冗余来寻找最优的相位旋转序列。复杂度分析和仿真结果表明，与传统的穷尽搜索方法相比较，该方法能较大地降低计算复杂度，且不会影响降低峰均比的性能。

关键词：正交频分复用(OFDM)；部分传输序列(PTS)；峰均功率比；穷尽搜索；傅里叶变换
中图分类号：TN919.72；TP301.6　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2012)01-0085-03
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.01.023

Research on low complexity algorithm of optimum PTS technique

LI En-yu[1], ZOU Ben-jie[2], LIAO Hai-qian[1]
(1. *Center of Communication & Tracking Telemetering & Command, Chongqing University, Chongqing* 400030, *China*; 2. *Beijing Global Information Center of Application & Exploitation, Beijing* 100094, *China*)

Abstract: In order to reduce the peak-to-average power ratio(PAPR) in orthogonal frequency division multiplexing (OFDM) systems, this paper proposed a low complexity algorithm of exhaustive search in the case of four elements in the phase set based on the research of partial transmit sequence (PTS) technique. In this method, using of the relationship between candidate phase rotation sequences taking on values from the phase set whose elements were uniformly distribution, removed unnecessary redundancy calculation and found the optimal phase rotation sequence in the case of no reducing the number of the candidate phase rotation sequences. Compared with the conventional exhaustive search method, the analysis of computational complexity and simulation results show that the method can reduce the computational complexity significantly and not affect the performance of PAPR reduction.

Key words: OFDM; PTS; PAPR; exhaustive search; FFT

0　引言

正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)技术就是把给定的频带分成多个子频带，各个子频带用相互正交的子载波传输数据，这样就把高速串行的数据流以较低的码速率分配到各个子频带上并行传输。OFDM 技术具有频谱利用率高、有效对抗频率选择性衰落和载波间干扰、传输数据速率高、实现简单等优点，因此 OFDM 技术被广泛地认为是下一代移动通信的最具吸引力的核心技术之一[1]。由于 OFDM 信号是经过逆傅里叶变换(IFFT)的多个独立的、经过调制的子载波信号相互叠加而成，如果各子载波的相位相同或相近时，叠加的信号便会产生较大的瞬时功率峰值，因而会产生 OFDM 系统最主要的缺点之一——较大的峰均功率比(peak-to-average power ratio, PAPR)，简称峰均比。较大的峰值要求功率放大器具有很宽的线性放大区域，否则，当信号峰值落在功率放大器的非线性区域时，就会发生信号畸变，产生子载波间的互调干扰和带外辐射，破坏子载波间的正交性、降低系统的性能。如果采用功率放大器工作在大功率补偿状态下来避免这种情况，这就意味着要求提供额外功率、电池备份和扩大设备尺寸，进而会增加基站和用户设备的成本。因此在 OFDM 系统中，采用某一技术来降低信号的峰均比成为提高系统性能的关键和研究的热点。

对于降低 OFDM 系统中峰均比问题，国内外学者进行了大量的研究，提出了各种技术解决方案。一般主要包括三类：a)信号预畸变技术[2~4]，就是直接通过对信号峰值进行非线性操作来降低峰值功率，此类技术包括限幅(clipping)[2,3]、压扩(companding)技术[4]等，该类技术最直接简单实用，但会带来带内噪声和带外干扰，降低系统的误比特率性能和频谱效率；b)编码类技术[5]，即通过编码避免使用出现较大峰值功率的码子，该类技术为线性过程，虽然不会使信号产生畸变，但该类技术计算复杂度高、编解码麻烦、信息速率降低快，因此只适用于子载波数较少的情况；c)扰码类技术[6~14]，就是在每个 OFDM 序列中加入不同的扰码，从中选出峰值功率比最小的序列，包括选择性映射(selected mapping, SLM)技术[6,7]、部分传输序列(partial transmit sequence, PTS)技术[8~13]、预留子载波(tone reservation, TR)技术[14]等，此类技术也为线性过程，因此

收稿日期：2011-05-24；**修回日期**：2011-06-28　　**基金项目**：国家发改委 CNGI 示范工程资助项目(CNGI-04-4-2D)；重庆市科技攻关资助项目(CSTC2009AB2167)

作者简介：李恩玉(1981-)，男，山东青岛人，博士研究生，主要研究方向为宽带无线通信、协同通信等(lienyu0123@163.com)；邹本杰(1977-)，男，吉林白城人，工程师，主要研究方向为图像处理、无线通信等；廖海黔(1984-)，男，贵州铜仁人，硕士研究生，主要研究方向为 OFDM 无线通信技术.

不会对信号产生畸变且能有效地降低信号的 PAPR。因此,此类技术最有希望解决 OFDM 系统中的 PAPR 问题,但这类技术的缺点是计算复杂度大。因此对于该类技术如何降低计算复杂度进行了大量的研究,但各种方法在降低计算复杂度的同时,也会影响到降低 PAPR 的性能。

本文在研究 PTS 技术的基础上,给出了一种降低计算复杂度的算法,该方法通过利用相位旋转序列之间的关系,去除一些不必要的计算过程,从而降低了计算量。同传统的穷尽搜索算法相比较,计算量得到较大的降低,而搜索的相位旋转序列数目实际上并没有减少,因此该降低计算复杂度的方法对降低 PAPR 的性能没有影响。

1　OFDM 系统 PAPR 的定义

对于含有 N 个子载波的 OFDM 系统,被调制的频域信号 X_k $(k=0,1,\cdots,N-1)$ 经过 IFFT 后的时域基带信号可以表示为

$$x_n=\frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{k=0}^{N-1}X_kW_n^{-nk}\quad n=0,1,\cdots,N-1 \tag{1}$$

其中:$W_N=\mathrm{e}^{-j2\pi/N}$,$j^2=-1$。

那么,OFDM 信号的峰均比就可以定义为

$$\mathrm{PAPR}=\frac{\max\limits_{0\leqslant n\leqslant N-1}|x_n|^2}{\mathrm{E}\{|x_n|^2\}} \tag{2}$$

其中 $\mathrm{E}\{\cdot\}$ 表示求时域信号功率的均值。

通常用超过某一确定值 PAPR_0 的概率来估计系统的 PAPR 统计分布特性,这一概率被称为互补累积分布函数(complementary cumulative distribution function,CCDF),可表示为

$$\mathrm{CCDF}=Pr\{\mathrm{PAPR}>\mathrm{PAPR}_0\}=1-(1-\mathrm{e}^{-\mathrm{PAPR}_0})^N \tag{3}$$

2　部分传输序列技术原理

部分传输序列技术的基本原理如图 1 所示。经过调制的长度为 N 的序列 $X=[X_1,X_2,\cdots,X_{N-1}]$ 按某一方式被分割成 V 组互不重叠的子序列 $\{X_v,v=1,2,\cdots,V\}$,每组子序列剩余的其他子载波位置为零。此时原序列可表示为

$$X'=\sum_{v=1}^{V}X_v \tag{4}$$

对式(4)两端进行 IDFT,并使每一个子序列数据的每个子载波位置都乘一个相位旋转因子 b_v 得

$$x'=\mathrm{IDFT}\{X'\}=\sum_{v=1}^{V}b_v\times\mathrm{IDFT}\{X_v\}=\sum_{v=1}^{V}b_vx_v \tag{5}$$

其中:$b_v=\mathrm{e}^{j\varphi_v}$,$\varphi_v\in[0,2\pi)$。$\varphi_v$ 可选择 $[0,2\pi$ 区间内的任意值,但在实际计算中,通常在一些预先给定的离散相位集合中选取。

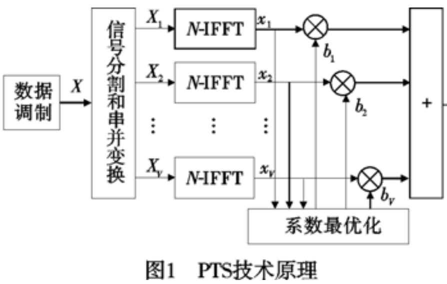


图1　PTS技术原理

PTS 技术的目的就是在相位集合中寻找适当的相位旋转序列,使其满足

$$\{b_1,b_2,\cdots,b_V\}=\underset{\{b_1,b_2,\cdots,b_V\}}{\arg\min}\left\{\max_{1\leqslant n\leqslant N}\left|\sum_{v=1}^{V}b_vx_v\right|^2\right\} \tag{6}$$

其中 $\arg\min\{\cdot\}$ 表示函数取得最小值时所用的判据条件。

影响 PTS 技术降低 PAPR 的性能因素包括:

a)分割方法,通常包括相邻分割、交织分割和随机分割三种方式。其中,随机分割的效果最好,相邻分割次之,交织分割降低峰均比的性能最差。

b)分割子序列的个数 V,虽然其降低 PAPR 的性能随 V 增大而提高,但其计算复杂度也随着 V 呈指数趋势增长。

c)待选相位集合元素的个数 W。虽然在分割的子序列个数一定的情况下,随 W 的增大而性能提高,但 W 增大到一定数目后,其降低 PAPR 的性能提高并不明显,相对于增大的计算复杂度来说是不值得的。因此 W 不宜过大,通常取 $W=2,4,8$。

3　相位旋转序列的特性分析

由前面的分析可知,在分割的子序列个数一定的情况下,PTS 技术降低 PAPR 的性能随 W 的增大而性能提高,但 W 增大到一定数目后,其降低 PAPR 的性能提高并不明显,因此 W 不宜过大。由于通常相位旋转因子是在 $[0,2\pi)$ 中均匀分布的离散相位集合取值,即 $\varphi_v\in\left\{\frac{2\pi k}{W},k=0,1,\cdots,W-1\right\}$,且 W 为偶数。在 $V\geqslant 4$ 时,当 $W=4$ 或 8 时与 $W=2$ 时相比,其计算量呈数十倍、甚至数百倍的增加。因此,研究降低 $W=4$ 或 8 时的计算复杂度是非常有必要的。

本文研究选取 $V=4$、$W=4$ 时相位序列之间的关系,那么相位旋转因子 $b_v\in\{1,j,-1,-j\}$。令 $\{t_0,t_1,t_2,t_3\}=\{1,j,-1,-j\}$,第 i 个相位旋转序列 $B_i=[b_{i,1}\quad b_{i,2}\quad b_{i,3}\quad b_{i,4}]$,其中 $b_{i,v}$ 表示第 i 个相位旋转序列的第 v 个相位旋转因子。

性质 1　存在初始相位旋转序列 $B_i(i=1,2,\cdots,16)$(表 1)和扩展相位旋转序列 $P_w(w=0,1,3,4)$,按式(7)能产生全局搜索的 64 个相位旋转序列。

$$B_{16w+i}=P_w\odot B_i \tag{7}$$

其中:$P_w=[p_{w,1}\quad p_{w,2}\quad p_{w,3}\quad p_{w,4}]$,$p_{w,v}=W_W^{-w(v-1)}$,$W_W=\mathrm{e}^{-j2\pi/W}$,$v=1,2,3,4$;$\odot$ 表示左右两侧的向量或矩阵的对应元素相乘。

表 1　初始相位旋转序列 $B_1\sim B_{16}$

$B_1=[1\quad 1\quad 1\quad 1]$	$B_5=[1\quad 1\quad j\quad j]$	$B_9=[1\quad 1\quad -1\quad -1]$	$B_{13}=[1\quad 1\quad -j\quad -j]$
$B_2=[1\quad 1\quad 1\quad j]$	$B_6=[1\quad 1\quad j\quad -1]$	$B_{10}=[1\quad 1\quad -1\quad -j]$	$B_{14}=[1\quad 1\quad -j\quad 1]$
$B_3=[1\quad 1\quad 1\quad -1]$	$B_7=[1\quad 1\quad j\quad -j]$	$B_{11}=[1\quad 1\quad -1\quad 1]$	$B_{15}=[1\quad 1\quad -j\quad -j]$
$B_4=[1\quad 1\quad 1\quad -j]$	$B_8=[1\quad 1\quad j\quad 1]$	$B_{12}=[1\quad 1\quad -1\quad j]$	$B_{16}=[1\quad 1\quad -j\quad -j]$

性质 2　观察表 1 中的初始相位旋转序列可知,存在如下两个特征:

a)B_i 与 $B_{i+8}(i=1,2,\cdots,8)$ 的前两个对应元素相同,而后两个对应元素分别互为相反数。

b)$B_5\sim B_8$、$B_9\sim B_{12}$ 和 $B_{13}\sim B_{16}$ 分别可以由 $B_1\sim B_4$ 按式(8)表示出。

$$\begin{cases}B_i=[1\quad 1\quad 1\quad t_i] & i=1,2,3,4\\ B_{4k+i}=[1\quad 1\quad t_k\times(1\quad b_{i,4})] & k=1,2,3\end{cases} \tag{8}$$

4　降低计算复杂度的算法

用 $D=[d_0,d_1,\cdots,d_{N-1}]$ 表示 N 个子载波上的经过 V 个分割和 IFFT 后的初始时域数据组,$d_n=[x_{1,n}\quad x_{2,n}\quad x_{3,n}\quad x_{4,n}]$ $(n=0,1,\cdots,N-1)$ 表示第 n 个子载波上 V 个分割子序列的数据,$x_{v,n}(v=1,2,\cdots,V;n=0,1,\cdots,N-1)$ 表示第 v 个子序列的

第 n 个子载波上的数据。运用上述的相位旋转序列之间的特性来进行系数最优化过程,如图 2 所示。具体实现过程如下:

a)将初始时域数据 D 与扩展序列 P_w 按式(9)相乘,这样原数据 D 扩展成四组时域数据组

$$D_w=[\,d_0^w,d_1^w,\cdots,d_{N-1}^w\,]$$

$$d_n^w=[\,x_{1,n}^w \quad x_{2,n}^w \quad x_{3,n}^w \quad x_{4,n}^w\,] \quad w=0,1,2,3$$

$$d_n^w=d_n\odot P_w,\ w=1,2,3 \tag{9}$$

b)将生成的四组数据组 $D_w(w=0,1,2,3)$ 的前两个子序列对应的每个子载波数据相加得

$$y_n^w=x_{1,n}^w+x_{2,n}^w \tag{10}$$

保存 y_n^w,再将后两个子序列对应数据相加得

$$y1_n^w=x_{3,n}^w+x_{4,n}^w \tag{11}$$

y_n^w 与 $y1_n^w$ 组合生成新的数据组 $D1_w=[\,y_n^w,y1_n^w\,]$。

c)将 D_w 的后两个子序列数据相减得

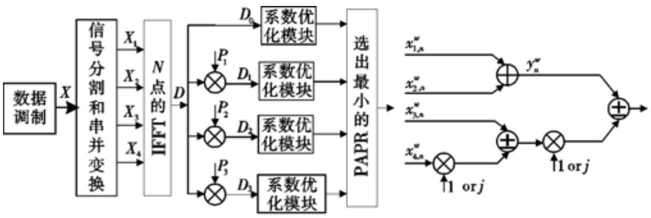
$$y2_n^w=x_{3,n}^w-x_{4,n}^w \tag{12}$$

取保存的数据 y_n^w 与 $y2_n^w$ 组合生成新的数据组 $D2_w=[\,y_n^w,y2_n^w\,]$。

d)取 D_w 的最后一个子序列的每一个数据与 j 相乘得 $x'^w_{4,n}=jx^w_{4,n}$,然后计算 $y3_n^w=x_{3,n}^w+x'^w_{4,n}$,$y_n^w$ 与 $y3_n^w$ 组合生成新的数据组 $D3_w=[\,y_n^w,y3_n^w\,]$。

e)利用结果 $x'^w_{4,n}$ 计算 $y4_n^w=x_{3,n}^w-x'^w_{4,n}$ 后,y_n^w 与 $y4_n^w$ 组合生成新的数据组 $D4_w=[\,y_n^w,y4_n^w\,]$。

f)将步骤 b)~e)生成 16 组新数据,每一组数据的两个序列数据进行相加运算,再将这两个序列数据进行相减运算后,将这 16 组数据的每一组数据的第一个子序列数据与第二个子序的数据乘以 j 后的数据进行相加和相减运算后,找出峰均比最小的一组。



(a) 改进PTS算法原理　　(b) 系数优化模块的内部结构

图2　改进的V=4,W=4时的PTS算法原理

对于 $V=8,W=4$ 时,把八个子序列前四个和后四个子序列看成两个 $V=4$ 的分割。每个子块的计算方法和上述算法相同,每个子块计算完成后的数据组合成 64×64 组两个分割子序列的数据,然后每组数据的计算方法步骤 f)。依次类同,如果分割子序列数 V 为 4 的倍数,而相位集合元素的个数 $W=4$ 时,都可以采用上述思想来设计运算程序,这样可以较大限度地降低复杂度。

5　结果比较分析

5.1　计算复杂度分析

为了比较分析该方法降低计算复杂度的效果,在与传统的穷尽搜索方法相比的前提下,本文对该方法和文献[11]中算法的计算复杂度进行了比较。这里选用计算复杂度降低率(computational complexity reduction ratio,CCRR)作为衡量计算复杂度降低的标准,表达式为

$$\mathrm{CCRR}=\left(1-\frac{\text{改进方法的计算量}}{\text{传统穷尽搜索的计算量}}\right)\times 100\% \tag{13}$$

在 $V=4,W=4$ 时新算法过程的步骤 a)中,由于 P_0 为全 1 序列,$D_0=D$ 不需要计算,而 $p_{w,1}=1(w=1,2,3)$,则每组数据需要 $3N$ 个复数乘法,因此共需要 $9N$ 个复数乘法。步骤 b)~e)一共生成 16 组数据,一共需要 $4N$ 个复数乘法和 $20N$ 个复数加减法。而步骤 f)的计算过程需要 $16N$ 个复数乘法和 $64N$ 个复数加减法。因此把每步的计算量进行统计可得,该方法共需要 $29N$ 个复数乘法和 $84N$ 个复数加减法。而对于 $V=8$,$W=4$ 总的计算量与上面的类似,分析可以得出包含 $4154N$ 个复数乘法和 $16552N$ 个复数加减法。

传统穷尽搜索方法的计算量包括$(V-1)NW^{V-1}$个复数加法和$(V-1)NW^{V-1}$个复数乘法。文献[11]中的计算量为:复数乘法为 $\left[N+\frac{[(V-2)NW^{v-2}]}{2}\right]\times\frac{W}{2}$,复数加法为 $\left[\frac{(V+1)NW^{V-2}}{2}\right]\times\frac{W}{2}+\frac{W^{V-1}}{2}$。

本文算法与文献[11]的算法的 CCRR 比较如表 2 所示。从表 2 中可以看出,本文的计算方法比文献[11]中的计算方法在降低计算复杂度方面的复数乘法和加法都有所提高。在 $V=4,W=4$ 时,复数乘法降低的计算量比文献[11]提高了 2.60%,而降低复数加法的计算量比文献[11]提高了接近 14.59%;在 $V=8,W=4$ 时,复数乘法降低的计算量比文献[11]提高了 17.81%,而降低复数加法的计算量比文献[11]提高了接近 24.85%。由此可见,该方法降低计算量是随着分割子序列数 V 的增大而增大,其 CCRR 也随着 V 的增大比文献[11]中的算法效果越好。

表 2　本文算法与文献[11]的算法 CCRR 的比较

方法	$V=4,W=4$		$V=8,W=4$	
	复数乘法	复数加法	复数乘法	复数加法
文献[11]方法	82.291	41.667	78.570	60.714
本文方法	84.896	56.250	96.378	85.568

5.2　仿真结果比较

为了进一步验证本文算法的有效性,本文采用的仿真条件是:子载波数 $N=256$;调制方式为 QPSK 调制信号;采用伪随机分割方式;每次仿真计算都采用 5 000 次迭代求其 CCDF 曲线。

由于原始算法计算量的限制,本文只对 $V=4,W=4$ 和 $V=8,W=4$ 时的情况进行了仿真。仿真结果降低 PAPR 性能的 CCDF 比较曲线如图 3 所示。从仿真结果中可以明显看出改进算法的 CCRR 仿真曲线与原始最优算法的基本重合,这说明改进算法并没有影响降低 PAPR 的性能,也验证了改进算法的正确性。虽然由上一节的计算复杂度分析可知,该方法较大地降低了计算复杂度,但算法本质上搜索的相位旋转序列同传统穷尽搜索方法相比并没有减少,因此其降低 PAPR 的性能也不会降低。

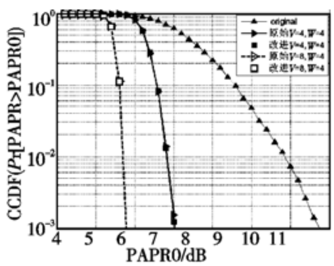


图3　改进算法与传统穷尽搜索方法的CCDF比较

(下转第 134 页)

ABC-ACO 算法中参数 q 自适应机制作用的结果。由图4中 ABC-ACO 和 ACO_R 算法关于 ackley 函数的收敛曲线形状相同可知,针对此问题局部搜索机制并不能帮助算法提升效果;同时考虑到新算法是在 ACO_R 算法基础上只引入了两项改进机制(局部搜索机制和参数 q 的自适应机制),故新算法收敛数值优于原算法只能是参数 q 的自适应机制作用的结果。此外文献[7]也指出,ACO_R 算法的参数 q 最优取值与问题相关,这也从一个侧面佐证了本文算法参数 q 自适应机制的必要性。

c)在处理多模函数 rastrigin 时,由表3和图4可知 ABC-ACO 算法的实验结果在统计意义上显著优于 ACO_R 算法,这种现象也是合理的。Rastrigin 是典型的多模函数,存在多个局部极值,由于 ACO_R 是分布式估计算法,故其很快陷入局部极值,这由图4可证明。由图4可知,ABC-ACO 算法加入雇佣蜂和侦查峰机制后,能够将种群从局部极值点拉出,向着更优解方向进化。这证明了局部搜索机制在解决多模函数时的有效性。

3　结束语

本文针对连续函数优化问题,提出了一种新颖的蚁群算法。新算法在 ACO_R 算法的基础上进行了两方面的改进:a)根据 ACO_R 算法中参数 q 的特点提出了一种 q 的自适应机制设置机制;b)利用 ACO_R 算法全局搜索强、局部搜索能力差的特点,借鉴蜂群算法的基本思想引入了一种局部搜索机制,进而提升了算法的搜索能力。仿真实验结果表明,新算法能够有效地提升 ACO_R 算法的搜索能力。

参考文献:

[1] BULLNHEIMER B, HARTL R F, STRAUSS C. A new rank based version of the ant system:a computational study[R]. Vienna:WU Vienna Universing of Economics and Business,1997. 25-38.

[2] STÜTZLE T, HOOS H H. MAX-MIN ant system[J]. Future Generation Computer Systems,2000,16(9):889-914.

[3] DORIGO M, GAMBARDELLA L M. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation,1997,1(1):53-66.

[4] BILCHEV G, PARMEE I. The ant colony metaphor for searching continuous design spaces[C]//Lecture Notes in Computer Science, vol 993. Berlin:Springer-Verlag,1995:25-39.

[5] MONMARCHÈ N, VENTURINI G, SLIMANE M. On how Pachycondyla apicalis ants suggest a new search algorithm[J]. Future Generation Computer Systems,2000,16(9):937-946.

[6] DREO J, SIARRY P. A new ant colony algorithm using the heterarchical concept aimed at optimization of multiminima continuous functions[C]//Lectare Notes in Computer Science, vol 2463. Berlin:Springer-Verlag,2002:216-221.

[7] SOCHA K, DORIGO M. Ant colony optimization for continuous domains[J]. European Journal of Operational Research, 2008, 185(3):1155-1173.

[8] KARABOGA D, BASTURK B. On the performance of artificial bee colony (ABC) algorithm[J]. Applied Soft Computing,2008,8(1):687-697.

(上接第87页)

6　结束语

本文提出的降低计算复杂度的方法,最大化地去除计算过程中不必计算的冗余,较大地降低了计算复杂度。相比传统的穷尽搜索方法,该方法并没有减少搜索相位旋转序列的数目,因此运用该方法降低峰均比可以获得与传统的穷尽搜索方法降低峰均比的效果是相同的,但计算量大大减少,展现了该方法的优势所在,为实际应用计算提供了参考。

参考文献:

[1] 周恩,张兴,吕召彪. 下一代宽带无线通信 OFDM 与 MIMO 技术[M]. 北京:人民邮电出版社, 2008.

[2] WANG Y C, LUO Z Q. Optimized iterative clipping and filtering for PAPR reduction of OFDM signals[J]. IEEE Trans on Communications, 2011,59 (1):33-37.

[3] FUJII T, NAKAGAWA M. Adaptive clipping level control for OFDM peak power reduction using clipping and filtering[J]. IEICE Trans on Fundamentals of Electronics Communications and Computer Sciences, 2002, E85A(7):1647-1655.

[4] JIANG Tao, YANG Yang, SONG Yong-hua. Exponential companding technique for PAPR reduction in OFDM systems[J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2005,51(2):244-248.

[5] DAOUD O, ALANI O. Reducing the PAPR by utilisation of the LDPC code[J]. IET Communications, 2009,3(4):520-529.

[6] AISUSA E, YANG L. Selective post-IFFT amplitude randomising for peak-to-average power ratio reduction in orthogonal frequency-division multiplexing-based systems[J]. IET Communications, 2008,2(4):553-561.

[7] Le GOFF S Y, AL-SAMAHI S S, KHOO B K, *et al*. Selected mapping without side information for PAPR reduction in OFDM[J]. IEEE Trans on Wireless Communications, 2009,8(7):3320-3325.

[8] HOU Jun, GE Jian-hua, LI Jing. Peak-to-average power ratio reduction of OFDM signals using PTS scheme with low computational complexity[J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2011, 57(1):143-148.

[9] GHASSEMI A, GULLIVER T A. A low-complexity PTS-based radix FFT method for PAPR reduction in OFDM systems[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008,56(3):1161-1166.

[10] LIM D W, HEO S J, NO J S, *et al*. A new PTS OFDM scheme with low complexity for PAPR reduction[J]. IEEE Trans on Broadcasting, 2006,52(1):77-82.

[11] 王灵垠,曹叶文. 降低 OFDM 系统峰均功率比的低计算复杂度 PTS 方法[J]. 通信学报, 2009, 30(10):51-57.

[12] 王进祥,吴新春,毛志刚,等. 降低 OFDM 信号 PAPR 的低复杂度 PTS 方法[J]. 西安电子科技大学学报, 2010,37(2):326-333.

[13] WANG L, CAO Y. Sub-optimum PTS for PAPR reduction of OFDM signals[J]. Electronics Letters, 2008,44(15):921-922.

[14] GUEL D, PALICOT J, LOUET Y. Tone reservation technique based on geometric method for orthogonal frequency division multiplexing peak-to-average power ratio reduction[J]. IET Communications, 2010,4(17):2065-2073.