基于 Sigmoid 惯性权重自适应调整的粒子群优化算法*

黄 利[1,2], 杜伟伟[3], 丁立新[1]

(1. 武汉大学 软件工程国家重点实验室, 武汉 430070; 2. 武汉理工大学 理学院, 武汉 430070; 3. 中国北方自动控制技术研究所, 太原 030006)

摘 要: 提出了种群进化速度和种群聚合度两个概念,并讨论了在全局收敛过程中惯性权重与两者之间的关系;考虑 Sigmoid 函数在线性与非线性之间呈现的平滑过渡性,从种群进化速度和种群聚合度两方面出发,提出了基于 Sigmoid 函数的惯性权重自适应调整方法。通过三个典型的多峰函数,将提出的算法(AS-PSO)与标准粒子群优化算法(SPSO)和基于 Sigmoid 函数的粒子群优化算法(S-PSO)进行了仿真分析比较,结果表明,AS-PSO 算法相比其他两种算法,全局寻优能力更强,在一定程度上解决了收敛性能与全局寻优能力之间的矛盾。

关键词: 粒子群优化算法; 早熟; 惯性权重; 适应度; 自适应

中图分类号: TP301.6　　**文献标志码**: A　　**文章编号**: 1001-3695(2012)01-0032-03

doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.01.008

Particle swarm optimization algorithm based on adaptive Sigmoid inertia weight

HUANG Li[1,2], DU Wei-wei[3], DING Li-xin[1]

(1. *State Key Laboratory of Software Engineering*, *Wuhan University*, *Wuhan* 430070, *China*; 2. *School of Science*, *Wuhan University of Technology*, *Wuhan* 430070, *China*; 3. *Chinese North Automatic Control Technology Institute*, *Taiyuan* 030006, *China*)

Abstract: This paper proposed the definitions of population evolution speed and the population aggregation degree. It discussed the relationship of inertia weight with population evolution speed and population aggregation degree. Considered the population evolution speed and population aggregation degree, proposed a self-adaptive adjusting method of the inertia weight which was based on sigmoid function in the view of the sigmoid function's smoothness between linear and nonlinear. In order to compare the performance of AS-PSO, SPSO and S-PSO, used three typical multi-modal functions to do the simulation. The results indicate that the performance of AS-PSO is better than the other two algorithms in searching global optimum, and it can resolve conflict between the ability of convergence and the global searching in some extent.

Key words: particle swarm optimization algorithm; premature; inertia weight; fitness; adaptive

0 引言

粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)算法是 1995 年由 Kennedy 等人[1]提出的一种优化算法。它属于智能算法的一种,与遗传算法相似,它也是从随机解出发,通过迭代寻找最优解,并通过适应度来评价解的品质。但是粒子群算法比遗传算法规则更为简单,它没有遗传算法的“交叉”和“变异”操作,它通过追随当前搜索到的最优值来寻找全局最优。这种算法以其实现容易、精度高等优点引起了学术界的重视,并且在解决实际问题中展示了其优越性,近年来成为求解优化问题中一个很有意义的研究方向,已在神经网络训练、电力系统优化、函数优化、工程优化及参数估计等方面得到了成功的应用[2]。

但是粒子群优化算法在迭代过程中粒子一直不断地向最优方向飞行,如果遇到局部极值,所有粒子的速度很快降为零,粒子停滞不动,出现早熟收敛现象,且难以跳出局部极值点。针对这一缺点,出现了很多基本粒子群优化算法的改进算法。惯性权重是粒子群算法中非常重要的一个参数,可以用来控制算法的探索和开发能力,较大的惯性权重有较强的探索能力,较小的惯性权重有较强的开发能力。算法的执行效果在很大程度上取决于惯性权重的选取。为了平衡算法全局探索和局部开发能力,如何正确选取惯性权重就显得尤为重要。因此,本文通过动态调整惯性权重的方法,提出了一种改进的粒子群优化算法,并给出了仿真实例,结果证明所提算法具有良好的优化效果。

1 标准粒子群优化算法

与其他进化寻优算法相类似,粒子群优化算法也通过个体间的协作与竞争实现多维空间中最优解的搜索。它首先生成初始种群,即在可行解空间中随机初始化一群粒子,每个粒子都为寻优问题的一个可行解,并用某个函数计算出相应的适应值以确定是否达到寻优目标。每个粒子将在解空间中运动,并由一个矢量决定其运动方向和位移。通常粒子将追随当前已知的最优位置,并经逐代搜索,最后得到最优解。在每一代中,粒子将跟踪两个目标位置:a)粒子本身迄今找到的最优解,代

收稿日期: 2011-05-12; **修回日期**: 2011-06-17　**基金项目**: 国家自然科学基金资助项目(60975050);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(2010-la-044)

作者简介: 黄利(1981-),女,辽宁朝阳人,博士,主要研究方向为智能计算(l_huang@126.com);杜伟伟(1981-),男,山东淄博人,工程师,硕士,主要研究方向为软件工程;丁立新(1967-),男,教授,博导,主要研究方向为智能计算.

表该粒子自身对寻优方向的认知水平;b)全种群迄今找到的最优解,代表社会认知水平。

设在一个 n 维的搜索空间中,有 m 个粒子组成的种群 $X=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$,其中第 i 个粒子的位置为 $x_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{in})$,速度为 $v_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{in})$。它的个体极值为 $p_i=(p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{in})$,种群的全局极值为 $g_i=(g_{i1},g_{i2},\cdots,g_{in})$。按追随当前最优粒子的原理,粒子 x_i 按下式更新速度和位置:

$$v_{id}(t+1)=v_{id}(t)+c_1r_1(P_{id}(t)-x_{id}(t))+c_2r_2(P_{gd}(t)-x_{id}(t))$$

$$x_{id}(t+1)=x_{id}(t)+v_{id}(t+1)$$

式中:v_{id} 为粒子 i 飞行速度矢量的第 d 维分量;x_{id} 为粒子 i 位置矢量的第 d 维分量;P_{id} 为粒子 i 位置矢量的第 d 维分量所经历的最好位置;P_{gd} 表示目前粒子群在解空间中所经历的最好位置的第 d 维分量;t 为进化代数;r_1、r_2 是介于[0,1]间的随机数;c_1、c_2 是加速度系数,一般取 $c_1=c_2=2$。为使粒子位移变化不致过大,可设定其上限 $V_{\max}$,即当 $v_{id}>V_{\max}$ 时,取 $v_{id}=V_{\max}$;当 $v_{id}<-V_{\max}$ 时,取 $v_{id}=-V_{\max}$。

此后,Shi 等人[3]又引入了惯性权重因子 ω,一般将其称为标准粒子群优化算法,其速度更新式为

$$v_{id}(t+1)=\omega\times v_{id}(t)+c_1r_1\times(P_{id}(t)-x_{id}(t))+c_2r_2\times(P_{gd}(t)-x_{id}(t))$$

对惯性权重 ω,Shi 建议采用线性递减权重策略,即

$$\omega=\frac{(\omega_{\text{ini}}-\omega_{\text{end}})\times(T_{\max}-t)}{T_{\max}}+\omega_{\text{end}}$$

其中:$T_{\max}$ 为最大进化代数;ω_{ini} 为初始惯性权重;ω_{end} 为进化至最大代数时的惯性权重。

标准粒子群优化算法的计算流程如下:

a)初始设定微粒的随机速度和位置。

b)评价种群,计算每个微粒的适应值。

c)比较粒子的适应值和自身最优值 P_{id}。如果当前值比 P_{id} 更优,则置 P_{id} 为当前值。

d)比较粒子适应值与种群最优值。如果当前值比 P_{gd} 更优,则置 P_{gd} 为当前值。

e)更新粒子的位移方向和步长,产生新种群。

f)检查算法收敛准则是否满足,若满足,则结束寻优;否则,转 b)。

2　改进的粒子群优化算法

从数学模型中可以看出,粒子群优化算法的求解是多样性逐渐丧失的过程,粒子对全局最优值的不断追踪使得粒子群在进化过程中表现出强烈的趋同性;粒子群在达到局部最优值附近时,粒子速度的更新主要是由 $\omega\times v$ 决定的,因此,惯性权重因子对于粒子群更新速度起着重要的作用,进而可以影响种群的多样性。本文即从惯性权重的角度出发使优化过程避免陷入局部最优。

文献[4]将粒子群优化算法中粒子寻优的过程分为两个部分:粒子速度进化程度 $\alpha(x)$ 和粒子聚合的程度 $\beta(x)$ 不断变化的过程,提出了一种随着粒子进化过程而变化的动态权值的改进策略,使粒子具有自适应变化的速度,能够随着进化过程自适应地调整粒子的多样性,从而有效地跳出局部最优,避免早熟收敛。其惯性权重自适应调整式如下:

$$\omega=\omega_0-a\alpha(x)+b\beta(x)$$

其中:ω_0 为初始值;a、b 均为常数。

本文借鉴其思想,在粒子速度进化程度和粒子聚合的程度两个概念的基础上,提出了种群进化速度和种群聚合度两个概念。

定义 1　第 t 代种群的全局极值记为 $f_{\text{best}}(t)$,第 $(t-1)$ 代全局极值记为 $f_{\text{best}}(t-1)$,用 $\alpha(x)$ 表示种群进化速度:

$$0<\alpha(x)=\frac{f_{\text{best}}(t)}{f_{\text{best}}(t-1)}\leqslant 1$$

从算法的数学模型可知,全局最优值是由个体的最优值决定的,并且在迭代过程中当前的全局最优值总是优于或者等于前一次迭代的全局最优值。$\alpha(x)$ 考虑了粒子群以前的运行状况,反映了粒子群的进化速度,早期 $\alpha(x)$ 值变化较大,进化速度较快,当经过若干次迭代 $\alpha(x)$ 值保持为 1 时,则表明算法停滞或找到了最优值。

定义 2　第 t 代种群的全局极值记为 $f_{\text{best}}(t)$,$f_{\text{avg}}(t)$ 表示当前所有粒子的平均适应值,称 $\beta(x)$ 为种群聚合度:

$$0<\beta(x)=\frac{f_{\text{best}}(t)}{f_{\text{avg}}(t)}\leqslant 1$$

全局最优值总是优于或等于个体的当前最优值,当所有粒子都达到全局最优值时,粒子群就聚合到一个点上,即 $\beta(x)=1$,$\beta(x)$ 越大,说明粒子群中粒子的分布越集中。

根据定义 1 和 2,可以很清楚地反映出粒子群的寻优过程。假如根据种群进化速度和种群聚合度来调整权值,就能够将权值与粒子寻优过程相结合,从而可以通过调整权值以达到调整种群多样性的目的。

当 $\alpha(x)$ 较小时,进化速度快,算法可以在较大的空间内继续搜索,即粒子在较大范围内寻优;当 $\alpha(x)$ 较大时,可以减小 ω 使得粒子在小范围内搜索,从而更快地找到最优值。

当 $\beta(x)$ 较小时,粒子比较分散,粒子不易陷入局部最优,随着 $\beta(x)$ 的增大,算法容易陷入局部最优值,此时需要增大 ω 从而增大搜索的空间,提高粒子群的全局寻优能力。

综上所述,ω 应随着种群进化速度 $\alpha(x)$ 的增大而减小,随着种群聚合度 $\beta(x)$ 的增大而增大。

文献[5]考虑到神经网络中最常用的 Sigmoid 激活函数在线性与非线性行为之间表现出极好的平衡,提出了基于 Sigmoid 函数的非线性递减惯性权值法:

$$\omega=\frac{1}{1+\exp\left[\frac{(\ln 1.5+\ln 19)t}{t_m}-\ln 19\right]}$$

其中:t 为当前迭代次数;t_m 为最大允许迭代次数。

文献[6]发现,当惯性权重 $\omega\in[0.4,0.95]$ 时,粒子群优化算法的性能会大幅度提高,而上述基于 Sigmoid 函数的非线性递减惯性权值恰好位于此区间内。

本文借鉴文献[5]的思想,考虑 Sigmoid 函数在线性与非线性之间呈现的平滑过渡性,从种群进化速度和种群聚合度两方面出发,提出以下改进的基于 Sigmoid 函数的惯性权重自适应调整方法,即

$$\omega=\frac{1}{1+\exp\left[\frac{(\ln 2.2+\ln 19)t\times\alpha(x)\times 1.2}{t_m\times\beta(x)}-\ln 19\right]}$$

3　仿真分析

为了测试算法的性能,本文选取以下几个典型的多峰函数进行仿真分析,这些函数具有连续/不连续、凸/非凸的特点,其全局极小点被较多局部极小点所包围,使得算法容易陷入局部最优,出现早熟收敛现象,因此经常被国内外学者用于测试优化问题。

1) Alpine 函数

$$\min f(x) = -\sin(x_1)\sin(x_2)\sqrt{x_1 x_2} \quad x_{1,2} \in [0,10]$$

此函数在可行域内存在多个局部极值点,全局极小点为 $x^* = (7.917, 7.917)$,函数值为 $f(x^*) = -7.8856$。

2) Rastrigrin 函数

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{n} (x_i^2 - 10\cos(2\pi x_i) + 10) \quad x_i \in (-10, 10), n = 20$$

此函数在可行域内是多峰函数,全局极小点为 $x^* = (0, 0)$,函数值为 $f(x^*) = 0$。

3) Schaffer 函数

$$\min f(x) = 0.5 + \frac{(\sin\sqrt{x_1^2 + x_2^2})^2 - 0.5}{[1 + 0.001(x_1^2 + x_2^2)]^2} \quad x_1, x_2 \in (-4, 4)$$

此函数在可行域内存在一个全局极小值点 $x^* = (0, 0)$,函数值为 $f(x^*) = 0$。

对上述测试函数分别采用标准粒子群优化算法(SPSO)、基于 Sigmoid 函数的粒子群优化算法(S-PSO)和本文提出的改进的基于 Sigmoid 函数的粒子群优化算法(AS-PSO)进行优化计算,其参数设置为:群体规模为 30,加速因子设置为 $c_1 = c_2 = 2$,最大迭代次数为 10 000,当适应值达到收敛条件或迭代次数达到最大迭代次数时终止迭代。

从上述计算结果可知,计算函数 Alpine 时,三种方法性能相近,均能收敛到全局最优,只是因为在算法实现过程中将收敛条件都设置了更小的收敛值,所以三种算法迭代次数均达到了 10 000;计算函数 Rastrigrin 时,SPSO 算法陷入局部最优,难以寻找到全局极值点,S-PSO 和 AS-PSO 都能够收敛到全局最优,但 AS-PSO 算法的寻优能力更强,能在更短的时间内收敛到全局最优;计算函数 Schaffer 时,三种算法都能收敛到全局最优,但 AS-PSO 算法在收敛速度上具有明显的优势。Alpine、Rastrigrin、Schaffer 函数及其收敛曲线分别如图 1 ~ 6 所示。表 1 为实验结果比较。

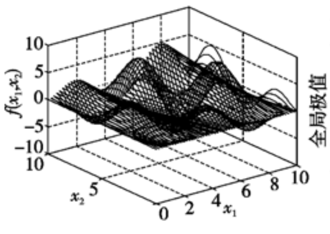

图1 Alpine函数曲线

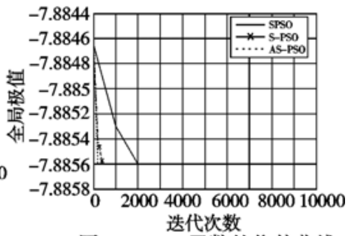

图2 Alpine函数的收敛曲线

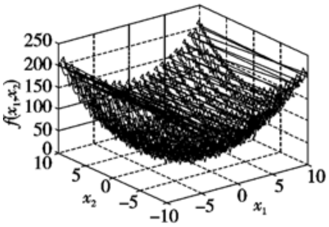

图3 Rastrigrin函数曲线

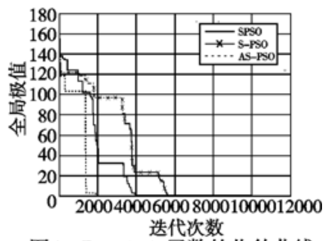

图4 Rastrigrin函数的收敛曲线

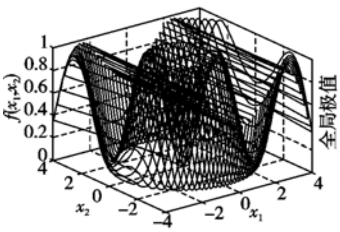

图5 Schaffer函数曲线

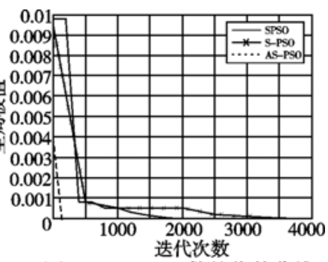

图6 Schaffer函数的收敛曲线

表 1 实验结果比较表

函数	算法	迭代次数	全局极值
Alpine	SPSO	10 000	−7.885 601
	S-PSO	10 000	−7.885 601
	AS-PSO	10 000	−7.885 601
Rastrigrin	SPSO	10 000	0.994 959
	S-PSO	5 943	0
	AS-PSO	1 919	0
Schaffer	SPSO	1 854	0
	S-PSO	3 782	0
	AS-PSO	32	0

4 结束语

针对粒子群优化算法容易陷入局部最优的缺点,本文给出了种群进化速度和种群聚合度两个概念,并将两者与 Sigmoid 函数相结合,提出了改进的基于 Sigmoid 函数的惯性权重自适应调整的粒子群优化算法。为了测试算法的性能,本文选取 Alpine、Rastrigrin、Schaffer 三个基准测试函数进行了仿真计算,并将 SPSO、S-PSO、AS-PSO 三种算法的优化结果进行了比较,结果表明本文提出的 AS-PSO 算法全局收敛性较好、寻优速度较快、寻优效率较高,一定程度上解决了全局寻优与收敛速度之间的矛盾。

参考文献:

[1] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE International Conference on Neural Networks. Piscataway:IEEE Press, 1995: 1942-1948.

[2] EBERHART R C, SHI Yu-hui. Particle swarm optimization: developments, applications and resources[C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway:IEEE Press, 2001: 81-86.

[3] SHI Yu-hui, EBERHART R C. A modified particle swarm optimizer [C]//Proc of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway:IEEE Press, 1998: 69-73.

[4] 陈贵敏,贾建援,韩琪. 粒子群优化算法的惯性权值递减策略研究[J]. 西安交通大学学报,2006,40(1):53-56.

[5] 田东平,赵天绪. 基于 Sigmoid 惯性权值的自适应粒子群优化算法[J]. 计算机应用,2008,28(12):3058-3061.

[6] SHI Yu-hui, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]//Proc of IEEE Congress on Evolutionary Computation. Piscataway:IEEE Press, 1999: 1945-1950.

[7] TIAN Dong-ping, ZHAO Tian-xu. Adaptive particle swarm optimization algorithm based on sigmoid inertia weight[J]. Computer Applications, 2008,28(12):3058-3061.

[8] CHEN Gui-min, JIA Jian-yuan, HAN Qi. Study on the strategy of decreasing inertia weight particle swarm optimization algorithm[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2006, 40(1): 53-56.

[9] 朱培逸,张宇林. 基于动态权值的粒子群算法的多样性分析[J]. 石油化工高等学校学报,2008,21(4):91-94.

[10] ZHU Pei-yi, ZHANG Yu-lin. Research on diversity of particle swarm optimization algorithm based on dynamic weight [J]. Journal of Petrochemical Universities, 2008,21(4): 91-94.

[11] 贾瑞玉,黄义堂,邢猛. 一种动态改变权值的简化粒子群算法[J]. 计算机技术与发展,2009,19(2):137-139,144.

[12] 左旭坤,苏守宝. 基于粒距和动态区间的粒子群权值调整策略[J]. 计算机应用,2010,30(9):2286-2289.