基于免疫粒子群算法的非合作博弈 Nash 均衡问题求解 *

贾文生[a,b]，向淑文[a,b+]，杨剑锋[b]，胡文生[b]
（贵州大学 a. 理学院；b. 计算机科学学院，贵阳 550025）

摘　要：针对 N 人非合作博弈 Nash 均衡求解问题，将免疫算法中抗体浓度抑制机制和免疫记忆功能引入基本粒子群算法，提出了一种求解博弈问题 Nash 均衡的免疫粒子群算法。该算法通过抗体浓度抑制机制和免疫记忆功能来保持种群的多样性，不仅保持了粒子群算法简单、易于实现的特点，而且增强了粒子群算法的全局寻优能力，加快了算法的速度。实验表明，提出的算法具有较好的性能，优于免疫算法和基本粒子群算法。

关键词：免疫算法；粒子群算法；非合作博弈；纳什均衡
中图分类号：TP301　　**文献标志码**：A　　**文章编号**：1001-3695(2012)01-0028-04
doi:10.3969/j.issn.1001-3695.2012.01.007

Solving Nash equilibrium for *N*-persons' non-cooperative game based on immune particle swarm algorithm

JIA Wen-sheng[a,b], XIANG Shu-wen[a,b+], YANG Jian-feng[b], HU Wen-sheng[b]
(*a. College of Science, b. College of Computer Science, Guizhou University, Guiyang* 550025, *China*)

Abstract: This paper involved the antibody concentration inhibition mechanism and immune memory function of immune algorithm into the original swarm algorithm, and proposed an immune particle swarm algorithm for solving Nash equilibrium of *N*-persons' non-cooperative game. The proposed algorithm had not only the properties of the original swarm algorithm, but also improved the abilities of seeking the global optimization result and evolution speed. The computer simulation results demonstrate that the proposed algorithm is effective, and it is superior to the immune algorithm and original swarm algorithm.

Key words: immune algorithm; particle swarm algorithm; non-cooperative game; Nash equilibrium

近些年来非合作博弈 Nash 均衡的研究非常活跃，也是众多学者关注的焦点之一，诺贝尔经济学奖多次授予在这一领域取得突出成就的学者，包括 1994 年的 Nash、Harsanyi 和 Selten，1996 年的 Vickrey，2001 年的 Spence，2005 年的 Aumann 和 Schelling，2007 年的 Hurwicz、Maskin 和 Myerson 等。Nash 均衡是博弈论中最核心、最重要的概念，它不仅对包括数学、计算机科学在内的自然科学研究产生了重大影响，也对经济学和社会科学的影响巨大，几乎渗透到科学研究的所有领域。

1951 年，Nash[1] 证明了 N 人非合作博弈 Nash 均衡的存在性，但令人遗憾的是，Nash 并没有给出求解博弈问题 Nash 均衡的算法。围绕 Nash 均衡的算法，许多学者做了大量的工作，提出了许多卓有成效的算法，如文献[2～7]。比较著名的有 Lemke-Howson 算法、单纯型剖分算法、全局牛顿算法、投影算法、信赖域优化法以及同伦算法等。然而 Nash 均衡的计算是一个 NP-hard 问题，随着博弈规模的越来越大，传统的方法面临着计算复杂度高和计算时间长的问题。近年来随着智能算法研究的不断深入和发展，智能算法在解决 NP 难问题上体现出了强大的优越性，人们纷纷尝试利用模拟退火、禁忌搜索、遗传、免疫、粒子群等智能算法来求解博弈的 Nash 均衡点，产生了大量的研究成果，如文献[8～17]。因此，借鉴生物进化理论和生物行为规律的智能算法来计算和模拟博弈均衡解的动态实现过程已成为了研究博弈问题均衡解的一种新的途径和方法。本文正是在这种思想的启发下，针对 N 人非合作博弈问题，借鉴生物学中免疫系统的免疫信息处理机制，提出了一种求解博弈问题的免疫粒子群算法，并通过几个实例的计算和比较，说明了本文所提算法的有效性。

1　问题描述

假设一个有限 n 人非合作博弈，局中人 $i(0\leqslant i\leqslant n)$ 的纯策略集为 $s^i=(s_1^i,s_2^i,\cdots,s_{m_i}^i)$。定义在 s^i 上的混合策略为 $x^i=\{(x_1^i,x_2^i,\cdots,x_{m_i}^i)\mid x_j^i\geqslant 0,\sum_{j=1}^{m_i}x_j^i=1\}$，即局中人 i 以 x_j^i 的概率选择纯策略 $s_j^i(1\leqslant j\leqslant m_i)$。博弈的一个混合局势可以记为 $x=(x^1,x^2,\cdots,x^n)$，在此混合局势下，局中人 i 的期望支付为 $\mu_i(x)=\sum_{j_1=1}^{m_1}\cdots\sum_{j_n}^{m_n}p_i(s_{j_1}^1,s_{j_2}^2,\cdots,s_{j_n}^n)\cdot x_{j_1}^1x_{j_2}^2,\cdots,x_{j_n}^n$。其中，$p_i(s_{j_1}^1,s_{j_2}^2,\cdots,s_{j_n}^n)$ 为局中人 1 选取纯策略 $s_{j_1}^1$，局中人 2 选取纯策略 $s_{j_2}^2,\cdots$，局中人 n 选取纯策略 $s_{j_n}^n$ 时局中人 i 的收益。

特别地，对 2 人有限非合作博弈（双矩阵博弈）：设局中人 1 的混合策略为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_m)$，局中人 2 的混合策略为

收稿日期：2011-05-24；**修回日期**：2011-07-11　　**基金项目**：国家自然科学基金资助项目(70661001)；贵州大学青年基金资助项目(2010021)

作者简介：贾文生(1981-)，男，河南南阳人，博士研究生，主要研究方向为算法博弈论；向淑文(1964-)，男(通信作者)，教授，博导，主要研究方向为博弈论、非线性分析(shwxiang@vip.163.com)；杨剑锋(1986-)，男，博士研究生，主要研究方向为软件可靠性分析；胡文生(1974-)，男，博士研究生，主要研究方向为软件可靠性分析.

$y=(y_1,y_2,\cdots,y_n)$,$A_{m\times n}$、$B_{m\times n}$分别为局中人 1 和 2 的收益矩阵,则局中人 1 和 2 的期望支付分别为 xAy^{T} 和 xBy^{T}。

定义 1　混合策略局势 x^* 是有限 n 人非合作博弈的一个 Nash 均衡解,如果 x^* 满足 $\mu_i(x^*)\geqslant\mu_i(x^*\parallel x^i)(i=1,2,\cdots,n)$,其中 $x^*\parallel x^i$ 表示只有局中人 i 用 x^i 替换均衡解 x^* 中自己的策略,其他局中人都不改变各自在均衡解中的策略。

性质 1　混合局势 x^* 是 n 人有限非合作博弈的一个 Nash 均衡解的充分必要条件是:对于任意局中人 i 的每一个纯策略 $s_j^i(1\leqslant j\leqslant m_i)$,都有 $\mu_i(x^*)\geqslant\mu_i(x^*\mid s_j^i)$。

特别地,(x^*,y^*)是双矩阵博弈的一个 Nash 均衡的充分必要条件是:$\begin{cases}x^*Ay^{*\mathrm{T}}\geqslant xAy^{*\mathrm{T}},\forall x\\ x^*By^{*\mathrm{T}}\geqslant xBy^{*\mathrm{T}},\forall y\end{cases}$。

2　免疫粒子群算法的设计

2.1　基本粒子群算法

粒子群算法最早是由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的[19],在粒子群算法中,每个优化问题的潜在解都可以看成 d 维搜索空间中的一个点,称之为粒子。设第 i 个粒子表示为 $x_i=(x_{i1},x_{i2},\cdots,x_{id})$,它经历过的最好位置(有最好的适应度值)记为 $p_i=(p_{i1},p_{i2},\cdots,p_{id})$,也称为 p_{best}。在群体中所有粒子经历过的最好位置的索引号用符号 g 表示,即 p_g,也称为 g_{best}。第 i 个粒子的速度表示为 $v_i=(v_{i1},v_{i2},\cdots,v_{id})$。对每一次迭代,粒子的速度和位置则根据如下方程变化:

$$v_i^{k+1}=wv_i^k+c_1r_1(p_{\mathrm{best}}{}^k(i)-x_i^k)+c_2r_2(g_{\mathrm{best}}{}^k-x_i^k)\tag{1}$$

$$x_i^{k+1}=x_i^k+v_i^{k+1}\tag{2}$$

其中:c_1、c_2 为学习因子,分别调节全局最好粒子和个体最好粒子方向飞行方向的最大步长,通常情况下令 $c_1=c_2=2$;r_1、r_2 为在(0,1)内变化的随机数;w 为惯性权重,一般按照 $\omega=\omega_{\max}-k\dfrac{\omega_{\max}-\omega_{\min}}{k_{\max}}$计算($\omega_{\max}$为最大惯性权重,$\omega_{\min}$为最小惯性权重,$k_{\max}$为最大迭代次数,$k$ 为当前迭代次数)。

2.2　免疫粒子群算法的思想

免疫粒子群算法是在基本粒子群算法的框架上,将生命科学中的免疫原理引入到粒子群算法中,将待求问题视为抗原,每一个抗体都代表问题的一个解,同时每一个抗体也是粒子群中的一个粒子。抗原与抗体的亲和度由粒子群算法中的适应度来衡量,反映了对目标函数及约束条件的满足程度,抗体之间的亲和力则反映了粒子之间的差异,即粒子多样性。在粒子(抗体)群体更新的过程中,总是希望适应度高的粒子(抗体)被留下来,但是如果此类粒子(抗体)过于集中,则很难保证粒子(抗体)的多样性,很容易使算法陷入局部最优,而丢失那些适应度差但却保持着较好进化趋势的粒子(抗体)。因此,本文把免疫算法中免疫记忆功能与自我调节机制引入粒子群算法,借助粒子(抗体)浓度的概率选择公式来保持各适应度层次的粒子维持一定的浓度,以保持种群的多样性。

算法中每一个粒子由所有局中人的混合策略表示,即 $x=(x^1,x^2,\cdots,x^n)$,定义免疫粒子群算法的适应度函数如下:

$$f(x)=\sum_{i=1}^{n}\max\{\mu_i(x\parallel s_j^i)-\mu_i(x),0\}\quad 1\leqslant j\leqslant m_i$$

显然,根据 Nash 均衡的定义和性质易得:混合局势 x^* 是 n 人非合作博弈的一个 Nash 均衡解的充分必要条件是:$\exists x^*$,使得 $f(x^*)=0$,且对任意的 $x\neq x^*$,有 $f(x)>0$。

特别地,对双矩阵博弈,算法中每个粒子由两个局中人的混合策略表示,即 $z=(x,y)$,定义双矩阵博弈的适应度函数如下:$f(z)=\max\{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant n}(A_i\,y^{\mathrm{T}}-xAy^{\mathrm{T}}),0\}+\max\{\max\limits_{1\leqslant j\leqslant m}(xB_{\cdot j}-xBy^{\mathrm{T}}),0\}$。其中:$A_i$表示矩阵 $A_{m\times n}$的第 i 行,B_j表示矩阵 $B_{m\times n}$的第 j 列。同理,根据 Nash 均衡的定义和性质易得:混合局势 $z^*=(x^*,y^*)$是双矩阵博弈的一个 Nash 均衡解的充分必要条件是:$\exists z^*=(x^*,y^*)$,使得 $f(z^*)=0$,且对任意的 $z\neq z^*$,有 $f(z)>0$。

因此,n 人非合作博弈的混合策略组合空间内只有 Nash 均衡点的适应度最小。定义第 i 个粒子的浓度[20,21]如下:

$$D(x_i)=\frac{1}{\sum\limits_{i=1}^{N+M}|f(x_i)-f(x_j)|}\quad i=1,2,\cdots,N+M$$

基于上述粒子(抗体)浓度的概率选择公式定义如下:

$$P(x_i)=\frac{\dfrac{1}{D(x_i)}}{\sum\limits_{i=1}^{N+M}\dfrac{1}{D(x_i)}}=\frac{\sum\limits_{j=1}^{N+M}|f(x_i)-f(x_j)|}{\sum\limits_{i=1}^{N+M}\sum\limits_{j=1}^{N+M}|f(x_i)-f(x_j)|}\tag{3}$$

其中:x_i 和 $f(x_i)(i=1,\cdots,N+M)$分别表示第 i 个粒子(抗体)和适应度函数值。

2.3　免疫粒子群算法的实现步骤

本文设计的免疫粒子群算法的实现步骤如下:

a)确定免疫粒子群算法的参数值。包括学习因子 c_1 和 c_2、最大迭代次数 $k_{\max}$、最大惯性权重 $\omega_{\max}$、最小惯性权重 $\omega_{\min}$、精度 ε、群体规模 N。

b)随机生成 N 个粒子 x_i 和初始化速度 v_i,形成初始化粒子群 p_0。x_i 满足 $\sum\limits_{j=1}^{m_i}x_j^i=1,x_j^i\geqslant 0,x_j^i\in x_i,i=1,\cdots,N,j=1,\cdots,m_i$,且每个粒子的初始速度 v_i 满足 $\sum\limits_{j=1}^{m_i}v_j^i=0,v_j^i\in v_i,j=1,\cdots,m_i$。

c)根据适应度函数计算每个粒子适应度,找到粒子的个体极值 $p_{\mathrm{best}}(i),i=1,\cdots,N$ 和全体极值 g_{best}。

d)按照公式 $\omega=\omega_{\max}-k\dfrac{\omega_{\max}-\omega_{\min}}{k_{\max}}$计算惯性权重 ω,其中 k 为当前迭代次数。

e)按照式(1)(2)更新粒子的速度和位置,并将 g_{best}对应的位置粒子存入记忆库。

f)依次检验第 i 个粒子的位置 $x_i^{k+1}\geqslant 0$,否则计算控制步长 α_t,使得 $x_i^{k+1}=x_i^k+\alpha_tv_i^{k+1}\geqslant 0$(其中,$\alpha_t=\min\{\alpha_i^j\geqslant 0\mid\alpha_i^j=-\dfrac{(x_i^k)_j}{(v_i^{k+1})_j}\}$),$i=1,\cdots,N$,$j=1,\cdots,m_i$。然后对每一个 x_i^{k+1} 进行归一化处理,即 $x_i^{k+1\prime}=\left(\dfrac{(x_i^{k+1})_1}{\sum\limits_{j=1}^{m_i}(x_i^{k+1})_j},\cdots,\dfrac{(x_i^{k+1})_{m_i}}{\sum\limits_{j=1}^{m_i}(x_i^{k+1})_j}\right)$,这样就可以保证所有粒子在每一次迭代过程中都在其策略空间内。

g)随机生成 M 个粒子,同 c)。

h)根据基于浓度的粒子选择概率式(3),从 $N+M$ 个粒子中依据选取概率大小来选取 N 个粒子。

i)以记忆库中的粒子代替适应度最差的粒子,生成一个新粒子群 p_1,准备进入下一次迭代。

j)根据精度和最大迭代次数判断是否结束迭代,并输出符合条件的最优粒子(即近似解)和迭代次数,否则转 c)。

2.4　算法性能评价

作为一种演化智能算法,免疫粒子群算法与遗传算法有很多相似之处,因此,算法性能的评价可以借鉴文献[22]中 Dejong给出的针对分析遗传算法性能而提出的定量方法,本文以离线性能来测试算法的收敛特性。

定义 2[22]　设 $X_e^*(s)$为环境 e 下策略 s 的离线性能,$f_e^*(t)$为第 t 代相应于环境 e 的最佳适应度,则有 $X_e^*(s)=\dfrac{1}{T}\sum\limits_{t=1}^{T}f_e^*(t)$,即离线性能是到第 t 代最佳适应度的平均。

3　数值例子

3.1　与免疫算法计算结果的比较

首先考虑文献[13]中用免疫算法给出的 4 个经典的 2×2 的博弈(囚徒困境博弈、猎猪博弈、猜谜博弈和监察博弈)和 1 个 3×2 博弈($m \times n$ 的博弈情形完全类似)作为算例,分别用本文给出的免疫粒子群算法求解(算法的参数设置为:群体规模 $N=10, M=5$,学习因子 $c_1=c_2=2$,最大迭代次数为 300,精度设置为 $\varepsilon=10^{-1}$),其计算结果如表 1 ~5 所示。

例 1　囚徒困境博弈 $\Gamma(X_1, Y_1, A_1, B_1)$。

$$A_1=\begin{pmatrix}-8 & 0\\ -15 & -1\end{pmatrix}, B_1=\begin{pmatrix}-8 & -15\\ -1 & -1\end{pmatrix}$$

例 2　智猪博弈 $\Gamma(X_2, Y_2, A_2, B_2)$。

$$A_2=\begin{pmatrix}1.5 & -0.5\\ 5 & 0\end{pmatrix}, B_2=\begin{pmatrix}3.5 & 6\\ 0.5 & 0\end{pmatrix}$$

例 3　猜谜博弈 $\Gamma(X_3, Y_3, A_3, B_3)$。

$$A_3=\begin{pmatrix}1 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}, B_3=\begin{pmatrix}-1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$$

例 4　监察博弈 $\Gamma(X_4, Y_4, A_4, B_4)$。

$$A_4=\begin{pmatrix}0 & 50\\ 30 & 30\end{pmatrix}, B_4=\begin{pmatrix}-10 & -50\\ 60 & 70\end{pmatrix}$$

例 5　考虑博弈 $\Gamma(X_5, Y_5, A_5, B_5)$。

$$A_5=\begin{pmatrix}4 & 6\\ 2 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}, B_5=\begin{pmatrix}3 & 2\\ 1 & 6\\ 0 & 8\end{pmatrix}$$

表 1　囚徒困境 $\Gamma(X_1, Y_1, A_1, B_1)$ 的计算结果

计算次数	迭代次数	局中人 1 混合策略	局中人 2 混合策略	适应度函数
第 1 次	6	(0.9955,0.0045)	(1.0000,0)	0.0314
第 2 次	5	0.9950,0.0050)	(0.9973, 0.0027)	0.0539
第 3 次	7	(0.9925,0.0075)	(0.9970,0.0030)	0.0736
第 4 次	8	(0.9883,0.0117)	(1.0000,0)	0.0821
第 5 次	7	(0.9933, 0.0067)	(1.0000,0)	0.0466

表 2　智猪博弈 $\Gamma(X_2, Y_2, A_2, B_2)$ 的计算结果

计算次数	迭代次数	局中人 1 混合策略	局中人 2 混合策略	适应度函数
第 1 次	7	(0,1.0000)	(0.8143,0.1857)	0.0928
第 2 次	3	(0,1.0000)	(0.8574, 0.1426)	0.0713
第 3 次	1	(0,1.0000)	(0.8612,0.1388)	0.0694
第 4 次	1	(0,1.0000)	(0.9669,0.0331)	0.0165
第 5 次	2	(0.0014, 0.9986)	(0.9364,0.0636)	0.0360

表 3　猜谜博弈 $\Gamma(X_3, Y_3, A_3, B_3)$ 的计算结果

计算次数	迭代次数	局中人 1 混合策略	局中人 2 混合策略	适应度函数
第 1 次	4	(0.5008,0.4992)	(0.4749,0.5251)	0.0519
第 2 次	1	(0.4984,0.5016)	(0.5432,0.4568)	0.0895
第 3 次	4	(0.4796,0.5204)	(0.5237,0.4763)	0.0882
第 4 次	5	(0.5047,0.4953)	(0.4773,0.5227)	0.0547
第 5 次	3	(0.5376,0.4624)	(0.5007,0.4993)	0.0766

表 4　监察博弈 $\Gamma(X_4, Y_4, A_4, B_4)$ 的计算结果

计算次数	迭代次数	局中人 1 混合策略	局中人 2 混合策略	适应度函数
第 1 次	9	(0.1963,0.8037)	(0.4006,0.5994)	0.0806
第 2 次	17	(0.1964,0.8036)	(0.3998,0.6002)	0.0794
第 3 次	18	(0.2005,0.7995)	(0.4024,0.5976)	0.0387
第 4 次	13	(0.1968,0.8032)	(0.4024,0.5976)	0.0876
第 5 次	11	(0.1998,0.8002)	(0.4075,0.5925)	0.0777

表 5　博弈 $\Gamma(X_5, Y_5, A_5, B_5)$ 的计算结果

计算次数	迭代次数	局中人 1 混合策略	局中人 2 混合策略	适应度函数
第 1 次	21	(1.0000,0.0000, 0)	(0.9920, 0.0080)	0.0081
第 2 次	17	(0.9939,0.0017,0.0044)	(1.0000,0)	0.0078
第 3 次	14	(0.9988,0,0.0012)	(0.9921,0.0079)	0.0091
第 4 次	13	(0.9984,0.0016,0)	(0.9949,0.0051)	0.0083
第 5 次	20	(0.9951,0,0.0049)	(0.9976,0.0024)	0.0073

通过 5 次计算实验可知,用本文提出的免疫粒子群算法在适应度函数精度增大 30 倍($\varepsilon=10^{-1}$)和群体规模 $N=10$ 的情形下,例 1 ~4 的 5 次计算结果分别仅需要平均迭代 7 代、3 代、4 代和 14 代,优于文献[13]用免疫算法给出的结果(文献[13]中例 1 ~4 在适应度函数精度 $\varepsilon=3$ 和群体规模 $N=400$ 的情形下,5 次计算结果分别需要平均迭代 34 代、14 代、14 代和 25 代。由于文献[13]没有给出计算例 5 的迭代次数,所以无法比较)。通过以上计算结果的比较可以看出,本文给出的算法不仅在计算结果的精度和迭代次数上比免疫算法有了较大的改进,而且粒子群的规模也大大减少,一定程度上缩短了算法的迭代时间。

3.2　与基本粒子群算法计算结果的比较

考虑文献[15,14]中共同给出的一个博弈为例(例 6),用本文给出的算法对该算例运行 5 次(算法的参数设置为:群体规模 $N=10, M=5$,学习因子 $c_1=c_2=2$,最大迭代次数为 1 000,精度设置为 $\varepsilon=10^{-4}$),其求解结果如表 6 所示。

例 6　考虑博弈 $\Gamma(X_6, Y_6, A_6, B_6)$,

$$A_6=\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}, B_6=\begin{pmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

表 6　博弈 $\Gamma(X_6, Y_6, A_6, B_6)$ 计算结果

计算次数	迭代次数	局中人 1 混合策略	局中人 2 混合策略	适应度函数
第 1 次	290	(0.3333,0.3334,0.3333)	(0.3334,0.3333,0.3334)	8.3480e-005
第 2 次	301	(0.3334,0.3333,0.3333)	(0.3334,0.3334,0.3333)	9.7507e-005
第 3 次	284	(0.3333,0.3334,0.3333)	(0.3334,0.3332,0.3334)	9.4601e-005
第 4 次	280	(0.3333,0.3334,0.3333)	(0.3332,0.3334,0.3334)	8.2297e-005
第 5 次	287	(0.3333,0.3334,0.3334)	(0.3333,0.3333,0.3334)	7.8399e-005

通过 5 次计算实验可知,在同样精度($\varepsilon=10^{-4}$)的要求下,用本文算法平均进化到 288 代后得到该博弈的近似解(0.3333,0.3333,0.3333;0.3333,0.3333,0.3333),优于文献[15]中用基本粒子群算法计算到 376 代的结果,当然也优于文献[14]中用遗传算法计算到 400 代的结果。

图 1 中分别用两根曲线表示本文给出的免疫粒子群算法和文献[15]中基本粒子群算法求解博弈 $\Gamma(X_6, Y_6, A_6, B_6)$ 的离线性能。通过比较可以看出,免疫粒子群算法在求解博弈均衡解的过程中比基本粒子群算法收敛更快。

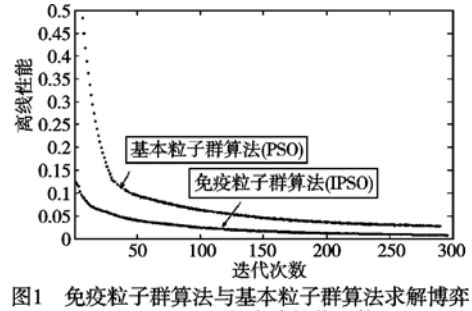

图1　免疫粒子群算法与基本粒子群算法求解博弈 $\Gamma(X_6, Y_6, A_6, B_6)$ 的离线性能比较

4　结束语

通过例 1 ~6 数值算例的计算和分析可以看出,本文提出的免疫粒子群算法在求解 N 人非合作博弈 Nash 均衡是有效的。该算法把免疫系统的免疫信息处理机制(基于抗体浓度的粒子多样性控制机制、免疫记忆机制)引入基本粒子群算法中,综合了基本粒子群算法和免疫算法的优点,不仅保持了粒子群算法简单、易于实现、收敛速度快的特点,而且增强了粒子群算法的全局寻优能力,加快了算法的速度。实验表明该算法优于免疫算法和基本粒子算法。

另外需要指出的一个事实是,免疫粒子群算法本质上是一种智能迭代算法,在算法的迭代过程中,粒子会根据观察到的博弈结果向自身的最优解进化,且同时向群体中表现最好的同伴进化。每个局中人都会根据进化过程中的个体极值和群体极值,不断地调整自己的策略,最终趋向博弈的均衡点。因此,应用免疫粒子群算法求解博弈问题,不但可以求出 Nash 均衡点,而且可以预测博弈的实现路径,模拟博弈活动的全过程,为实际经济生活中的博弈活动提供决策参考,这正是研究免疫粒子群算法的重要意义所在。基于上述考虑,本文今后将围绕更复杂的博弈问题,如多目标博弈和广义博弈 Nash 均衡问题等开展进一步的研究。

参考文献:

[1] NASH J. Noncooperative games [J]. Annals of Mathematics, 1951,54(2): 286-295.

[2] LEMKE C, HOWSON J. Equilibrium points of bimatrix games [J]. Journal of Society for Industrial and Applied Mathematics, 1964,12(2):413-423.

[3] GOVINDAN S, WILSON R. A global Newton method for computing Nash equilibria [J]. Journal of Economic Theory, 2003, 110(1):65-86.

[4] GOVINDAN S, WILSON R. Computing Nash equilibria by iterated polymatrix approximation [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2004,28(7): 1229-1241.

[5] YUAN Ya-xiang. A trust region algorithm for Nash equilibria problems [J]. Pacific Journal of Optimization, 2011,7(1):125-138.

[6] ZHANG Jian-zhong, QU Biao, XIU Nai-hua. Some projection-like methods for the generalized Nash equilibria[J]. Computational Optimization and Applications,2010,45(1):89-109.

[7] HERINGS P J J,PEETERS R. Homotopy methods to compute equilibria in game theory [J]. Economic Theory,2010,42(1):119-156.

[8] PEARSON M, La MURA P. Simulated annealing of game equilibria: a simple adaptive procedure leading to Nash equilibrium [C] // Proc of International Workshop on the Logic and Strategy of Distributed Agents. 2000:14-19.

[9] SUREKA A, WURMAN P. Using tabu best response search to find pure strategy Nash equilibria in normal form games[C]//Proc of AAMASO-05. 2005:1023-1029.

[10] PAVLIDIS N, PARSOPOULOS K, VRAHATIS M. Computing Nash equilibria through computational intelligence methods[J]. Journal of Computational and Applied Mathematics, 2005,175 (1):113-136.

[11] DASKALAKIS C,FRONGILLO R,PAPADIMITRIOU C H,*et al*. On learning algorithms for Nash equilibria[C]//Proc of the 3rd International Conference on Algorithmic Game Theory. Berlin:Springer-Verlag,2010.

[12] 隗立涛,修乃华. 基于启发搜索算法的纳什均衡计算[J]. 北京交通大学学报,2007,31(3):58-62.

[13] 邱中华,高洁,朱跃星. 应用免疫算法求解博弈问题[J]. 系统工程学报,2006, 21(4): 398-404.

[14] 陈士俊,孙永广,吴宗鑫. 一种求解 Nash 均衡解的遗传算法[J]. 系统工程,2001,19(5): 67-70.

[15] 余谦,王先甲. 基于粒子群优化算法求解纳什均衡的演化算法[J]. 武汉大学学报,2006,52(1):25-29.

[16] 瞿勇,张建军,宋业新. 多重纳什均衡解的粒子群优化算法[J]. 运筹与管理,2010,19(2):52-55.

[17] 王志勇,韩旭,许维胜,等. 基于改进蚁群算法的纳什均衡求解[J]. 计算机工程,2010,36(14):166-171.

[18] 谢政. 对策论[M]. 长沙:国防科学技术大学出版社,2004.

[19] 黄席樾,向长城,殷礼胜. 现代智能算法理论及应用 [M].2 版. 北京:科学出版社,2009.

[20] 高鹰,谢胜利. 免疫粒子群优化算法[J]. 计算机工程与应用,2004,33(6):4-6.

[21] 陈曦,蒋加伏. 免疫粒子群优化算法求解旅行商问题[J]. 计算机与数字工程,2006,34(6):10-12.

[22] DEJONG K A. Analysis of the behavior of a class of genetic adaptive system [D]. Ann Arbor: University Michigan, 1975.

(上接第 24 页)

5　结束语

基于对美国东北部大西洋沿岸城市群、日本太平洋沿岸城市群、英国以伦敦为核心的城市群、长江三角城市群、京津唐城市群、珠江三角城市群交通网络的平均度、网络密度、n-聚集系数、平均最短路径、随机网络聚集系数等网络特性指标进行计算和比较分析,可以从全局把握城市群交通网络的连通状况和安全性,同时也表明国内外典型城市群交通网都具有小世界性,不具有无标度性。

参考文献:

[1] WU Jian-jun,GAO Zi-you,SUN Hui-jun, *et al*. Urban system transit as a scale-free network [J]. Modern Physics Letter B, 2004,18(19-20):1043-1049.

[2] XU Xin-ping,HU Jun-hui,LIU Feng,*et al*. Scaling and correlations in three bus transport networks of China[J]. Physica A,2007,374(1): 441-448.

[3] 张译,张毅,胡坚明. 城市公共交通网络的拓扑性质分析[J]. 交通运输系统工程与信息,2006,6(4):57-61.

[4] 马杰良,安莉莉,邢雪. 城市公交网络的拓扑特性分析[J]. 山西师范大学学报:自然科学版,2009,23(1):51-55.

[5] 张译,靳雪翔,张毅,等. 基于二分图的城市公交网络拓扑性质研究[J]. 系统工程理论与实践, 2007,27(7):149-155.

[6] ANGELOUDIS P, FISK D. Large subway systems as complex networks [J]. Physic A,2006,367(15):553-558.

[7] PORTA S, CNICITTI P, LATORA V. The network analysis of urban streets:a primal approach[J]. Environment and Planning B:Planning and Design,2006,33(5):705-725.

[8] CRUCITTI P,LATORA V,PORTA S. Centrality measures in spatial networks of urban streets[J]. Physical Rview E,2006,73:036125.

[9] PORTA S, CNICITTI P, LATORA V. The network analysis of urban streets:a dual approach [J]. Physical A,2006,369(2):853-866.

[10] WATTS D J, STROGATZ S H. Collective dynamics of small-world network[J]. Nature,1998, 393(4): 440-442.